

**Автор:**

к.т.н. Седойкин Д.Н.,  
ООО НПП «ЭКРА»,  
г. Чебоксары.

**Ph.D. Sedoykin D.N.,**

EKRA Research and  
Production Enterprise Ltd,  
Cheboksary, Russia.

# ФИЛЬТР ПЕРВОЙ ГАРМОНИКИ

## THE FIRST HARMONIC PASS FILTER

Аннотация: представленный в данной работе фильтр основной/первой гармоники предназначен для выделения в периодическом несинусоидальном сигнале основной/первой гармоники с полным подавлением остальных составляющих, в том числе и постоянной. Фильтр основной/первой гармоники разработан для применения в контрольно-измерительной части устройств, работающих в сетях промышленной частоты. Основным методом фильтрации является режекция спектра входного сигнала. Режекция спектра осуществляется комбинированным фильтром с конечной импульсной характеристикой, в состав которого входят многосекционный фильтр скользящего среднего и гребенчатый фильтр.

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов, цифровой фильтр, фильтр основной/первой гармоники, КИХ-фильтр, режекция спектра.

**Abstract:** presented in this article the first (fundamental) harmonic pass filter (FHPF) is designed to isolate the first (fundamental) harmonic in a periodic non-sinusoidal signal with complete suppression of the remaining components, including the steady component. FHPF is designed for usage in the control and measurement parts of devices which are operating in industrial frequency networks. The main filtering method is spectrum rejection of the input signal. Spectrum rejection is performed by combined filter with a finite impulse response (FIR filters) and consist of multisectional moving average filter and comb filter.

**Keywords:** digital signal processing, digital filter, first harmonic pass filter, FIR filter, spectrum rejection.

Информация о мгновенных значениях первых гармоник напряжений или токов является основополагающей для решения многих задач, связанных с эффективным управлением различными видами и формами преобразования электрической энергии, а также для реализации алгоритмов релейной защиты и противоаварийной автоматики.

Методы определения мгновенных значений первой гармоники несинусоидального сигнала можно условно разделить на две группы. К первой относятся методы, основанные на дискретном преобразовании Фурье, когда определяется спектр несинусоидального сигнала, т.е. осуществляется переход от временной области к частотной с определением амплитуды и фазы первой гармоники и последующим ее восстановлением во временной области. Основным недостатком этих методов является то, что полученная информация о мгновенном значении первой гармоники запаздывает во времени как минимум на величину ее периода. Кроме того, необходимость применения алгоритмов коррекции, учитывающих отклонение частоты первой гармоники от номинального значения, дополнительно увеличивает временное запаздывание полезного сигнала.

Ко второй группе относятся методы обработки сигналов во временной области, основанные на выделении полезной компоненты спектра за счет частичного или полного подавления нежелательных спектральных составляющих. Данная группа представлена различными типами и модификациями полосовых и режекторных БИХ или КИХ-фильтров.

### Общие принципы и структура фильтра первой гармоники

Проблема фильтрации первой гармоники связана с решением задачи подавления гармоник наиболее к ней близких (0-ой, 2-ой, 3-ей, 4-ой, 5-ой) без существенной потери быстродействия. Основываясь на том, что спектр любого периодического сигнала представляет собой совокупность синусоидальных составляющих с различными частотами, кратными целым числам, концепцию рассматриваемого фильтра первой гармоники (fundamental/first harmonic pass filter – FHPF) можно сформулировать следующим образом: при фильтрации первой гармоники отсутствует необходимость в подавлении тех частот, которые заведомо отсутствуют в спектре сигнала, а значит, вышеозначенную задачу можно решить за счет применения режекции спектра. Это утверждение справедливо для таких систем, где отклонения частоты первой гармоники от своего номинального значения незначительны и составляют не более  $\pm 10\%$ . К таким системам относятся сети промышленной частоты.

Предлагаемый FHPF спроектирован на основе последовательного соединения многосекционного фильтра скользящего среднего (moving average filter – MAF) и гребенчатого фильтра (Comb filter). В основе FHPF заложены режекторные свойства АЧХ MAF и Comb фильтра. Comb фильтр выполняет функции ФВЧ для подавления низкочастотных составляющих и режекторного фильтра для подавления постоянной составляющей. Кроме того, он выполняет важную роль в формировании АЧХ FHPF в



Седойкин

Дмитрий Николаевич

Окончил в 1995 году Чувашский государственный университет по специальности «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов». В 2019 году защитил в СПбПУ кандидатскую диссертацию «Разработка структуры адаптивных систем возбуждения синхронных генераторов для демпфирования колебаний в электроэнергетических системах». В настоящее время руководитель направления систем возбуждения синхронных электродвигателей и генераторов департамента высоковольтной преобразовательной техники ООО НПП «ЭКРА».

полосе пропускания. МАФ одновременно является как режекторным фильтром высших гармоник, так и ФНЧ.

Рассмотрим на конкретном примере основные свойства предлагаемого фильтра первой гармоники и этапы его проектирования.

### Выбор частот режекции

В трехфазных электрических сетях наиболее существенны 3-я, 5-я и 7-я гармоники. Следовательно, при проектировании фильтров именно они должны выбираться в качестве частот режекции. Основная роль в подавлении высших гармоник возлагается на многосекционные МАФ. Каждая секция такого фильтра предназначена для подавления выбранной гармоники, а также гармоник, кратных ей. Количество частот режекции будет определять число секций. При проектировании фильтров необходимо учитывать, что большое количество секций ведет к увеличению групповой задержки, поэтому рекомендуется ограничиться тремя секциями. В отдельных случаях к указанному выше 3-ей, 5-ой и 7-ой гармоникам в качестве частоты режекции добавляют 2-ю гармонику. Остальные, более высокие гармоники, такие как 11, 13, 17, 19 и т.д., подавляются МАФ, поскольку он также является и ФНЧ.

*Пример.*

Основная гармоника  $f_1$ : 50 Гц.  
Частоты режекции:  $3f_1, 5f_1, 7f_1$   
и все кратные им.  
Количество секций: 3.

### Выбор частоты дискретизации

Важным условием эффективности режекторных фильтров являются целочисленные значения отношений частот дискретизации к выбранным частотам режекции. Эти отношения будут численно равны длинам МАФ, входящим в состав многосекционного фильтра. Длина МАФ может быть только целочисленной положительной величиной. Для получения целочисленных длин МАФ частота дискретизации должна быть выбрана исходя из следующего условия:

$$f_s = f_1 N \prod_{i=1}^k n_i \quad (1)$$

$k$  – количество секций;  
 $n_i$  – номер гармоники, подавляемой  $i$ -ой секцией;  
 $f_1$  – значение первой гармоники в Гц;  
 $N$  – положительное целое число, отличное от нуля.

*Пример.*

$$k = 3; n_1 = 3; n_2 = 5; n_3 = 7; f_1 = 50 \text{ Гц}; \\ N = 2; f_s = 50 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 10500 \text{ Гц}.$$

### Расчет многосекционного МАФ

Длина МАФ  $i$ -ой секции определяется из условия полного подавления  $n_i$ -ой гармоники:

$$L_i = \frac{f_s}{n_i f_1} \quad (2)$$

АЧХ  $i$ -ой секции:

$$H_i(f) = \left| \frac{\sin(L_i \pi f)}{L_i \sin(\pi f)} \right| = \left| \frac{\sin(L_i \pi \frac{f}{f_s})}{L_i \sin(\pi \frac{f}{f_s})} \right| \quad (3)$$

где  $f = \frac{f}{f_s}$  – относительная частота.

Групповая задержка  $i$ -ой секции:

$$\alpha_i = \frac{L_i - 1}{2} \quad (4)$$

ФЧХ  $i$ -ой секции:

$$\phi_i(f) = -2\pi\alpha_i \frac{f}{f_s} = -\pi(L_i - 1) \frac{f}{f_s} [\text{rad}]. \quad (5)$$

Групповая задержка  $k$ -секционного МАФ:

$$\alpha_\Sigma = \sum_{i=1}^k \alpha_i = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^k L_i - k \right) \quad (6)$$

АЧХ  $k$ -секционного МАФ:

$$H_\Sigma(f) = \prod_{i=1}^k \left| \frac{\sin(L_i \pi \frac{f}{f_s})}{L_i \sin(\pi \frac{f}{f_s})} \right| \quad (7)$$



ФЧХ  $k$ -секционного МАФ:

$$\phi_{\Sigma}(f) = -2\pi\alpha_{\Sigma} \frac{f}{f_s} = -\pi \frac{f}{f_s} \left( \sum_{i=1}^k L_i - k \right) [rad]. \quad (8)$$

Пример.

$k = 3; n_1 = 3; n_2 = 5; n_3 = 7; f_1 = 50 \text{ Гц}; f_s = 10500 \text{ Гц}.$

$$L_1 = \frac{10500}{3 \cdot 50} = 70; L_2 = \frac{10500}{5 \cdot 50} = 42; L_3 = \frac{10500}{7 \cdot 50} = 30.$$

АЧХ отдельных секций с длинами  $L_1, L_2$  и  $L_3$  представлены на рис. 1.

Групповая задержка трехсекционного МАФ:

$$\alpha_{\Sigma} = \frac{1}{2} (70 + 42 + 30 - 3) = 69.5.$$

Фазовый сдвиг первой гармоники на выходе трехсекционного МАФ:

$$\phi(50 \text{ Гц}) = -119.14 [deg].$$

Коэффициент усиления первой гармоники на выходе трехсекционного МАФ: -2дБ, т.е. первая гармоника находится на границе полосы пропускания фильтра.

АЧХ трехсекционного МАФ представлена на рис. 2.

### Требование к выбору задержки Comb фильтра

Применение Comb фильтра не является обязательным условием для реализации FHPF. Однако его применение позволяет решить несколько важных задач.

Первоочередной задачей Comb фильтра является подавление низкочастотных и постоянной составляющих, т.е. он применяется в качестве ФВЧ. Наличие постоянной составляющей может быть обусловлено как несинусоидальностью сигнала, так и смещением нуля в канале АЦП. Не менее важной задачей Comb фильтра является минимизация амплитудной погрешности выходного сигнала в полосе пропускания. Для решения

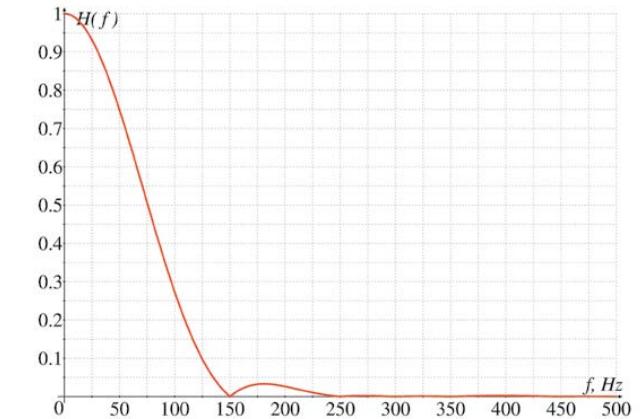


Рис. 2. АЧХ трехсекционного МАФ ( $L_1=70; L_2=42; L_3=30$ )

этой задачи необходимо спроектировать Comb фильтр таким образом, чтобы АЧХ FHPF достигала своего максимума на частоте первой гармоники. В этом случае амплитудная погрешность, связанная с незначительным отклонением частоты первой гармоники от своего номинального значения, будет минимальна.

Comb фильтр характеризуется одним параметром: задержкой  $D$  (delay).

АЧХ и ФЧХ Comb фильтра:

$$H(f) = 2 \left| \sin(\pi D f) \right| = 2 \left| \sin(\pi D \frac{f}{f_s}) \right|, \quad (9)$$

$$\phi(f) = -D\pi f + \frac{\pi}{2} = -D\pi \frac{f}{f_s} + \frac{\pi}{2} [rad]. \quad (10)$$

Задержку  $D$  можно определить итерационно, методом подбора, добиваясь максимума АЧХ FHPF на частоте первой гармоники, а также расчетным путем. Для расчета задержки  $D$  необходимо продифференцировать АЧХ FHPF, подставить в полученное выражение значение частоты первой гармоники, приравнять это выражение нулю, а затем решить полученное уравнение относительно переменной  $D$ . Необходимо заметить, что задержка  $D$  должна быть положительной целочисленной величиной.

Пример.

$k = 3; n_1 = 3; n_2 = 5; n_3 = 7; f_1 = 50 \text{ Гц};$

$f_s = 10500 \text{ Гц}; L_1 = 70; L_2 = 42; L_3 = 30.$

Задержка  $D=70$  обеспечивает экстремум АЧХ FHPF на частоте первой гармоники, кроме того с данной задержкой расширяются полосы режекции для 3-ей гармоники и для гармоник, кратных 3-м. АЧХ Comb фильтра с  $D=70$  представлена на рис. 3.

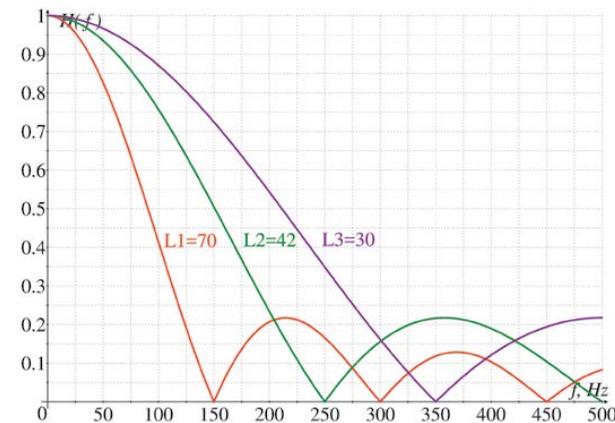


Рис. 1. АЧХ отдельных секций с длинами  $L_1, L_2$  и  $L_3$

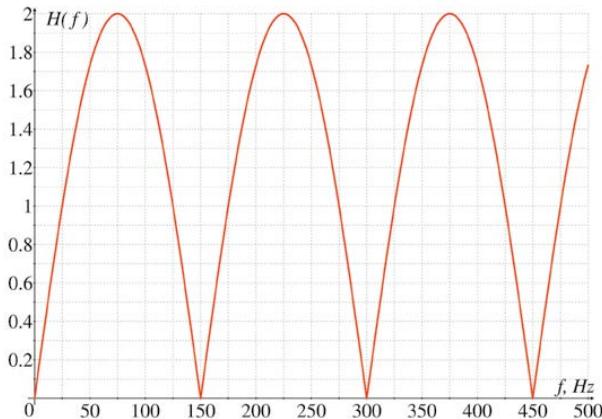


Рис. 3. АЧХ Comb фильтра (D=70)

**АЧХ и ФЧХ FHPF**

Комбинированный FHPF, состоящий из k-секционного MAF и Comb фильтра, будет иметь следующую АЧХ:

$$H(f) = 2K \left| \sin(D\pi \frac{f}{f_s}) \right| \prod_{i=1}^k \left| \frac{\sin(L_i \pi \frac{f}{f_s})}{L_i \sin(\pi \frac{f}{f_s})} \right|. \quad (11)$$

K – масштабный коэффициент, обеспечивающий H(f<sub>1</sub>) = 1. FHPF имеет линейную ФЧХ:

$$\begin{aligned} \phi(f) &= -D\pi \frac{f}{f_s} - \pi \left( \sum_{i=1}^k L_i - k \right) \frac{f}{f_s} + \frac{\pi}{2} = \\ &= -\pi \left[ \left( D + \sum_{i=1}^k L_i - k \right) \frac{f}{f_s} - \frac{1}{2} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

*Пример.*

Параметры FHPF:

k = 3; n<sub>1</sub> = 3; n<sub>2</sub> = 5; n<sub>3</sub> = 7; f<sub>1</sub> = 50 Гц; f<sub>s</sub> = 10500 Гц.

L<sub>1</sub> = 70; L<sub>2</sub> = 42; L<sub>3</sub> = 30; D = 70; K = 0.7718748.

H(f) =

$$= \left| \frac{\sin^2(0.020944 f) \sin(0.01257 f) \sin(0.008976 f)}{57133.618 \sin^3(0.0003 f)} \right|$$

$$\phi(f) = -0.06253 f + \frac{\pi}{2} [\text{rad}].$$

Полоса пропускания:

24,6 ÷ 79,8 Гц (0,0023427 f ÷ 0,007599 f).

АЧХ фильтра первой гармоники на основе каскадного соединения трехсекционного MAF и односекционного Comb фильтра представлена (FHPF 3x1) на рис. 4.

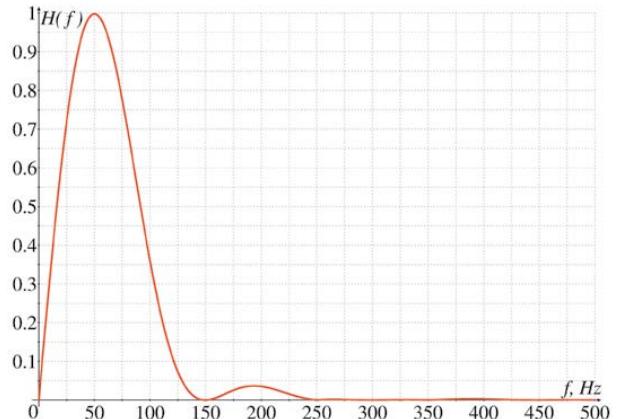


Рис. 4. АЧХ фильтра первой гармоники на основе трехсекционного MAF и Comb фильтра

**Достоинства и недостатки**

На основе спроектированного в качестве примера FHPF 3x1 рассмотрим основные его достоинства и недостатки.

В полосе пропускания, которая составляет 0,0023427 f ÷ 0,007599 f или 24,6 ÷ 79,8 Гц при f<sub>s</sub> = 10500 Гц, АЧХ FHPF 3x1 имеет несимметричную неравномерность, т.е. она не является плоской и параллельной относительно оси частот (рис. 5). Следовательно, для такой структуры фильтра характерна амплитудная погрешность, связанная с отклонением частоты первой гармоники от номинального значения. В диапазоне частот 46.75 Гц ÷ 53.6 Гц она составляет менее 0,5%, а в диапазоне 45.3 Гц ÷ 55.1 Гц – менее 1%. Указанные диапазоны позволяют применять такой фильтр в сетях промышленной частоты как в штатных режимах, когда допустимые предельные отклонения частоты первой гармоники не должны превышать ± 0,4 Гц, так и в аварийных, когда частота может снижаться до 47 Гц.

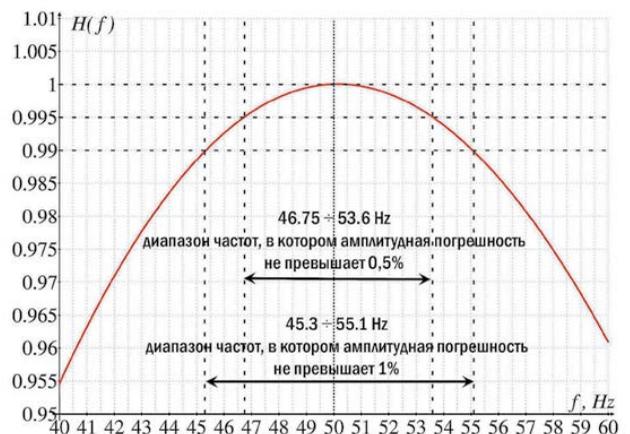


Рис. 5. АЧХ в полосе пропускания фильтра первой гармоники на основе трехсекционного MAF и Comb фильтра

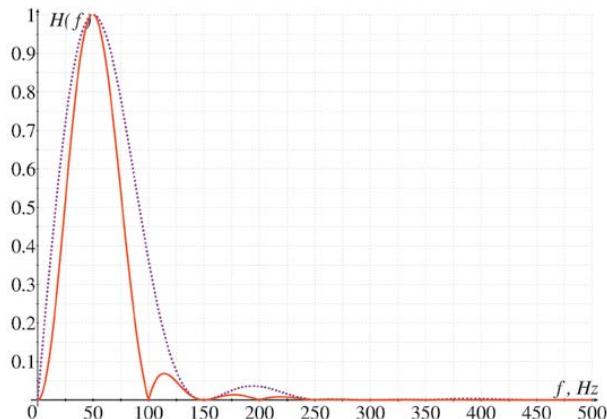


Рис. 6. АЧХ фильтра первой гармоники на основе четырехсекционного МАФ и двухсекционного Сomb фильтра (сплошная линия) и АЧХ фильтра первой гармоники на основе трехсекционного МАФ и Сomb (пунктирная линия)

К достоинствам спроектированного FHPF 3x1 следует отнести практически полное подавление всех гармоник, за исключением 2-ой (-9,12 дБ) и 4-ой (-49 дБ), в том числе и постоянной составляющей, высокое быстродействие по сравнению с полосовыми БИХ-фильтрами, линейную ФЧХ, простоту расчета и реализации.

К недостаткам спроектированного фильтра следует отнести низкий коэффициент ослабления второй гармоники, он составляет 9,12 дБ. При необходимости данный недостаток может быть устранен путем введения дополнительной секции МАФ с частотой режекции  $2f_1$  (рис. 6).

В этом случае количество секций МАФ увеличивается до 4-х, а также вводится дополнительная секция Сomb фильтра с  $D=23$ , необходимая для коррекции АЧХ в полосе пропускания. При этом снижается быстродействие, поскольку общая групповая задержка всего фильтра увеличивается до  $\alpha_{\Sigma}=214.5$ . Кроме того, в полосе пропускания сужается диапазон частот, в котором

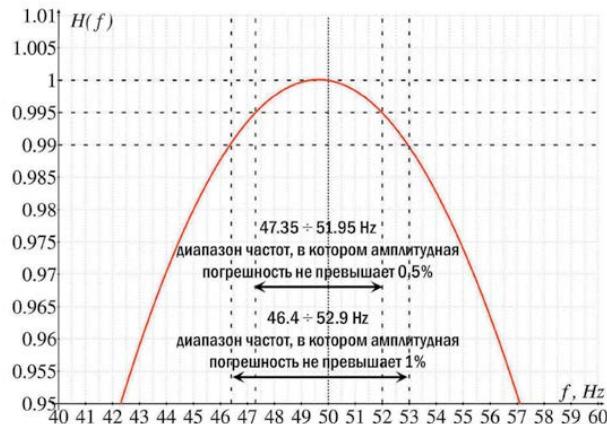


Рис. 7. АЧХ в полосе пропускания фильтра первой гармоники на основе четырехсекционного МАФ и двухсекционного Сomb фильтра

амплитудная погрешность не превышает 1% (рис. 7). Однако при такой реализации фильтр FHPF 4x2, который включает в себя 4-х секционный МАФ и 2-х секционный Сomb фильтр, обеспечивает полное подавление всех гармоник, включая постоянную составляющую.

В заключение рассмотрим фильтрацию первой гармоники во временной области. Процессы цифровой обработки несинусоидального сигнала, положительная полуволна которого имеет треугольную форму, а отрицательная – прямоугольную, представлены на рис. 8.

Как и следовало ожидать, выходной сигнал FHPF 3x1 имеет искажения, обусловленные наличием 2-ой гармоники, которая подавляется только на 60%. В выходном сигнале FHPF 4x2 высшие гармоники и постоянная составляющая отсутствуют. Он представляет собой первую гармонику входного сигнала с фазовым сдвигом  $\Delta\phi=1.88$  rad. Результаты спектрального анализа входного сигнала и выходных сигналов FHPF 3x1 и FHPF 4x2 представлены на рис. 9.

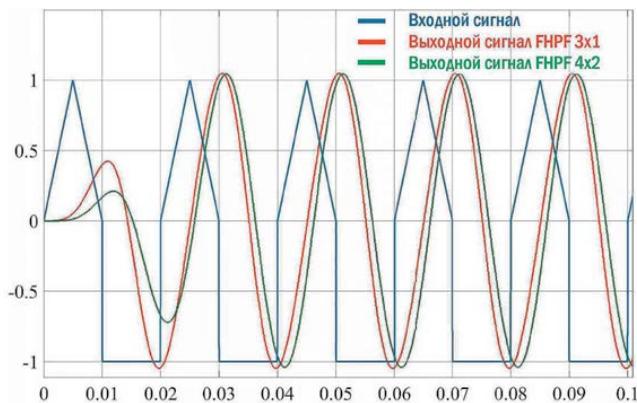


Рис. 8. Переходные процессы фильтров FHPF 3x1 и FHPF 4x2

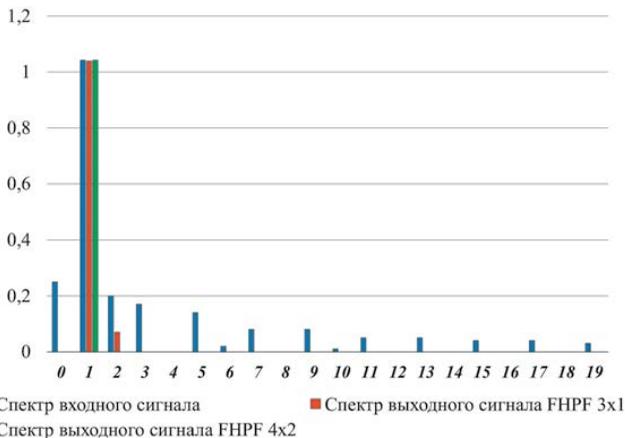


Рис. 9. Спектры входного и выходных сигналов



**Выводы**

Применение метода режекции спектра позволяет эффективно с точки зрения быстродействия решить задачу фильтрации первой гармоники несинусоидально-периодического сигнала.

Режекция спектра несинусоидального периодического сигнала достаточно просто реализуется каскадным соединением MAF и Comb фильтров. Боковые лепестки АЧХ этих фильтров имеют одинаковую ширину. Следовательно, в частотной области полосы режекции будут располагаться на одинаковых интервалах друг от друга, что позволяет отдельно взятой секции подавлять не только выбранную гармонику, но и гармоники, кратные ей.

В качестве частот режекции рекомендуется выбирать частоты 3-ей, 5-ой и 7-ой гармоник. Более высокие гармоники, некратные вышеперечисленным, подавляются за счет низкочастотной фильтрации. В отдельных случаях к указанным частотам режекции может быть добавлена частота 2-ой гармоники.

Амплитудная погрешность выходного сигнала FHPF, обусловленная неравномерностью АЧХ в полосе пропускания и возникающая при отклонении частоты первой гармоники от номинального значения, не превышает 1% в диапазонах:

- для FHPF 3x1 с 45.3 Гц до 55.1 Гц;
- для FHPF 4x2 с 46.4 Гц до 52.9 Гц.

Указанные диапазоны позволяют применять FHPF в сетях промышленной частоты не только в штатных, но и в аварийных режимах.

Структура FHPF и методика его синтеза не требуют от разработчика высокой квалификации в области цифровой обработки сигналов. Программная реализация трансверсальных и рекурсивных фильтров скользящего среднего подробно рассмотрена в [7]. Структура и свойства Comb фильтров приведены в [6].

**Литература**

1. Айфичер Э. Цифровая обработка сигналов. Практический подход / Э.Айфичер, Б. Джервис. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 992 с.
2. Антонов В.И. Адаптивный структурный анализ электрических сигналов: теория и ее приложения в интеллектуальной электроэнергетике. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2018. – 334 с.
3. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. / Ричард Лайонс. – М.: ООО «Бином-Пресс», – 2006. – 656 с.
4. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978.– 848 с.
5. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
6. Теория и практика ЦОС. (2019) <http://www.dsplib.ru/content/cic/cic.html>
7. Рекурсивный фильтр скользящего среднего. (2019) <https://habr.com/ru/post/325590/>



**Высокоомные резисторы**

- надежная защита электрооборудования от перенапряжений при однофазных замыканиях на землю
- подавление резонансных электромагнитных процессов
- повышение чувствительности токовых защит нулевой последовательности в прилегающей сети
- обеспечение нормативных показателей по напряжению несимметрии и напряжению смещения нейтрали в схемах с дугогасящими реакторами

**Технические характеристики**

Номинальное напряжение сети, кВ	6 – 35
Номинальная мощность, кВт	до 200
Номинальный ток, А	до 17
Допустимое время протекания номинального тока	длительно

**Низкоомные резисторы**

- исключение коротких замыканий, возникающих при развитии ОЗЗ
- исключение многоместных повреждений и каскадных отключений присоединений
- глубокое ограничение перенапряжений
- выявление и локализация поврежденного участка с минимизацией времени восстановления питания

**Технические характеристики**

Тип резистора	P31	P3	
Номинальное напряжение сети, кВ	6, 10	6, 10	20, 35
Номинальное сопротивление, Ом	50...150	15...100	10...200
Допустимое время протекания номинального тока	кратковременно, не менее 10 секунд		



**Экономический эффект** – снижение капитальных затрат (CAPEX) при внедрении по сравнению с традиционным решением с компенсацией емкостных токов, снижение операционных затрат (OPEX) на обслуживание и ремонт.

**Технический эффект** – сокращение повреждаемости электрооборудования, улучшение индексов электроснабжения (SAIDI, SAIFI и CAIDI).

Резисторы сертифицированы на соответствие международным нормам EEE-Std 32-1972 «Стандартные требования, терминология и процедура испытаний устройств заземления нейтрали».

Аттестованы в ПАО «Россети» и рекомендованы для применения на объектах электросетевого комплекса России.

Система менеджмента качества ООО «Болид» сертифицирована на соответствие ГОСТ Р ISO 9001-2015.