



С.1.2-3. ЛЕСТНИЧНАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ СИГНАЛОВ – ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ ЦИФРОВОЙ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ И АВТОМАТИКИ

В.И. АНТОНОВ, В.А. НАУМОВ, А.А. ИЛЬИН, А.В. СОЛДАТОВ, Н.Г. ИВАНОВ
Чувашский государственный университет, ООО НПП «ЭКРА»

Россия
antonov_vi@ekra.ru

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Структурный анализ, лестничная декомпозиция сигналов, эффективные структурные модели, электроэнергетическая система, цифровая обработка сигналов.

1 ВВЕДЕНИЕ

Совершенствование методов оценки состояния и аварийного управления электроэнергетическими системами тесно связано с развитием методов структурного анализа сигналов [1 – 3]. Основу этих методов составляют структурные модели [4], способные представлять сигнал в базисе собственных сигналов (мод) электроэнергетической системы.

Основным препятствием к достижению полной информационной согласованности модели и сигнала является шум в сигнале. Именно из-за шума структурный анализ приобретает многозначность, представляя результаты анализа в некоторой области пространства оценок параметров модели, охватывающей область истинных параметров сигнала. Для повышения эффективности структурного анализа необходимо уменьшить указанную область неоднозначности, используя методы настройки структурных моделей, способные работать с сигналами с шумом.

В настоящем докладе рассматривается один из таких методов – метод лестничной (рекуррентной) декомпозиции сигналов по собственным модам электрической системы. Основная идея метода заключается в последовательном вычленении из сигнала компонентов, являющихся частью базиса собственных мод реакции электрической сети. При этом на каждом шаге декомпозиции сигнала создаются оптимальные условия для выделения текущего компонента.

2 ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Декомпозиция сигналов электроэнергетической системы по собственным модам (постановка задачи). Электрические величины множества нормальных и аварийных режимов электроэнергетических систем можно рассматривать как реакцию линейной инвариантной во времени системы (системы с постоянными коэффициентами) на некоторое возмущение. В основе этого постулата лежит предположение, что темпы мониторинга состояния электрической системы превосходит скорость изменения структуры системы. И важен он по той причине, что позволяет представлять электрические величины как совокупность слагаемых базиса собственных сигналов (мод) линейной системы [3]. Очевидно, что входной сигнал цифровой релейной защиты вбирает в себя все особенности режима электрической системы. Поэтому высшие гармоники во входном сигнале, вызванные нелинейностью, так или иначе присутствующей в реальной электрической системе, могут быть учтены тоже как часть реакции системы. Все, что не может быть воспринято как реакция линейной системы, будет отнесено к шуму в сигнале.

Как известно, базис собственных сигналов (мод) электрической системы определяется множеством слагаемых ее свободного процесса. Учитывая, что синусоидальные слагаемые принужденного режима могут рассматриваться как частный случай собственных мод системы, задачу структурного анализа сигнала аварийного процесса $x(t)$ можно сформулировать как задачу декомпозиции сигнала по собственным модам $x_i(t)$ электрической системы:

$$x(t) = \sum_{l=1}^{M_s} x_l(t) + n(t),$$

где M_s – число компонентов (мод), $n(t)$ – шум, t – непрерывное время.

Преобразование непрерывного сигнала $x(t)$ в цифровой сигнал $x(k)$ не меняет исходных положений задачи структурного анализа сигнала. Как и в случае непрерывного сигнала остаются неизвестными число компонентов M_s и параметры самих слагаемых $x_l(k)$ цифрового сигнала

$$x(k) = \sum_{l=1}^{M_s} x_l(k) + n(k), \quad (1)$$

где k – дискретное время (номер отсчета). При этом связь между корнями лапласовых изображений непрерывного сигнала $x(t)$ и его цифрового образа $x(k)$ будет следующей:

$$p_i T_s = \ln z_i,$$

где T_s – интервал дискретизации сигнала, i – номер корня.

Задача структурного анализа будет заключаться в определении компонентов сигнала (1). Естественно, из-за шума $n(k)$ составляющие $x_l(k)$ будут определены с некоторой погрешностью. Поэтому было бы правильно говорить, что в результате структурного анализа сигнала (1) будут получены оценки $\hat{x}_l(k)$, находящиеся в некоторой окрестности составляющих $x_l(k)$.

На различных этапах классического структурного анализа формируются три различные модели цифрового сигнала $x(k)$ [2, 5]. Вначале формируется *эффективная структурная модель* путем настройки модели на полное подавление входного сигнала [4]. Часть корней ее характеристического уравнения согласуется с множеством корней изображений слагаемых $x_l(k)$ сигнала. Поскольку селекция нужных корней затруднена из-за лишних «правильных» корней, вызванных шумом, то *модель эффективного ядра* [6], формируемая по множеству этих корней, хоть и близка к модели полезной части анализируемого сигнала, но будут содержать несуществующие слагаемые. Избавиться от них удастся при построении *компонентной модели* [2], в которой компоненты

$$x_l(k) = A_l e^{-\alpha_l T_s k} \sin(\omega_l T_s k + \psi_l), \quad (2)$$

сигнала будут представлены своими амплитудой A_l , коэффициентом затухания $\alpha_l \geq 0$, угловой частотой ω_l и начальной фазой ψ_l . Блок-схема, иллюстрирующая связь между моделями, приведена на рис. 1.

Коэффициенты a_m эффективной структурной модели

$$a_0 \hat{x}(k) = F_{M,\nu} \{x(k)\} = - \sum_{m=1}^M a_m x(k - mv), \quad (3)$$

определяют в результате решения задачи метода наименьших квадратов, формулируемой как задача минимизации критерия МНК

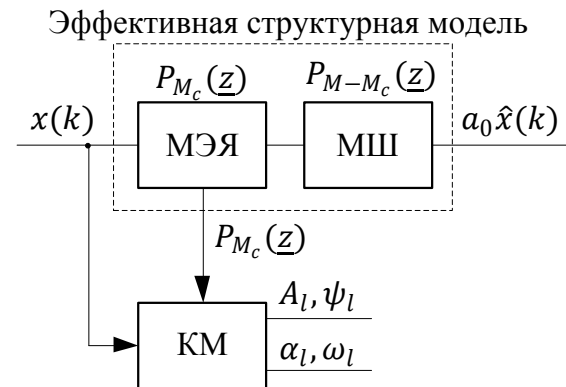


Рис. 1: Взаимодействие моделей в классическом алгоритме структурного анализа: МЭЯ – модель эффективного ядра; МШ – модель шума; КМ – компонентная модель

$$\min_{a_m} \sum_{n=k-M-R}^k e^2(n), \quad k \geq Mv, \quad (4)$$

на заданном отрезке сигнала размером $Mv + R + 1$, где

$$e(k) = a_0 x(k) - a_0 \hat{x}(k) = \sum_{m=0}^M a_m x(k - mv) -$$

невязка, R – избыточность уравнений (отсчетов), M – порядок модели, v – коэффициент децимации отсчетов; $v = 1$, если нет децимации. Коэффициент a_0 модели (3) может быть произвольным; в некоторых методах решения задачи (4) он фиксируется (например, при использовании сингулярного разложения [7, 8]), а в других определяется в процессе настройки модели [9, 10]. Когда о сигнале мало данных и условия настройки неопределенны, коэффициент децимации $v = 1$; модель (3) в этом случае является начальным приближением к сигналу. Назовем ее *плотной*.

Невязку (1), вычисленную с учетом (3), удобно рассматривать как выходной сигнал нерекурсивного фильтра. Одна часть корней его характеристического уравнения

$$P_M(z) = \sum_{m=0}^M a_m z^{-m} = a_M z^{-M} \prod_{m=1}^M (z - z_m) = a_M P_{M_c}(z) P_{M-M_c}(z) = 0 \quad (5)$$

отражает структуру сигнала [корни полинома $P_{M_c}(z)$], а другая часть связана с шумами в сигнале [корни $P_{M-M_c}(z)$], здесь M_c – порядок сигнала. Очевидно, что лишние корни, не согласующиеся с компонентами сигнала, необходимо удалить из полинома $P_M(z)$, трансформируя его в полином $P_{M_c}(z)$. Это одна из основных задач структурного анализа, и ее решение приводит к следующей модели, получившей название *модели эффективного ядра* [6]. Характеристический полином модели эффективного ядра

$$P_{M_c}(z) = \prod_{m=1}^{M_c} (z - z_m) \quad (6)$$

содержит только те корни, которые согласуются с компонентами сигнала.

Каждой паре комплексно-сопряженных корней z_l и $z_{l+1} = z_l^*$ характеристического уравнения эффективной модели (6) соответствует *элементарный сигнал* 2-го порядка – затухающая синусоидальная слагаемая (2)

$$x_l(k) = e^{-\alpha_l T_s k} [c_l \sin(k\omega_l T_s) + s_l \cos(k\omega_l T_s)] \quad (7)$$

($c_l = A_l \cos \psi_l$ и $s_l = A_l \sin \psi_l$ – ортогональные составляющие), представляемая моделью

$$\hat{x}_l(k) = F_{2,v_l} \{x_l(k)\} = -b_{1,l} x_l(k - v_l) - b_{2,l} x_l(k - 2v_l), \quad (8)$$

где

$$\begin{cases} b_{1,l} = -2e^{-\alpha_l v_l T_s} \cos \omega_l v_l T_s, \\ b_{2,l} = e^{-2\alpha_l v_l T_s}, \end{cases} \quad (9)$$

$$\alpha_l v_l T_s + j\omega_l v_l T_s = \ln z_l.$$

Кратные действительные корни $z_l = z_{l+1} = d$ формируют элементарный сигнал критического режима системы 2-го порядка

$$x_l(k) = e^{-\alpha_l k T_s} (A_{1,l} k T_s + A_{0,l}),$$

модель которого соответствует (8), но ее коэффициенты будут вычисляться по-другому:

$$\begin{cases} b_{1,l} = -2e^{-\alpha_l v_l T_s}, \\ b_{2,l} = e^{-2\alpha_l v_l T_s}, \end{cases}$$

$$\alpha_l v_l T_s = \ln z_l.$$

Действительный корень z_l полинома (6) определяет элементарный сигнал 1-го порядка – аperiodическую составляющую

$$x_l(k) = A_l e^{-\alpha_l T_s k},$$

единственный коэффициент модели

$$\hat{x}_l(k) = F_{1,v_l}\{x_l(k)\} = -b_{1,l}x_l(k - v_l) \quad (10)$$

которой определяется аналогично (9):

$$\begin{cases} b_{1,l} = -e^{-\alpha_l v_l T_s}, \\ \alpha_l v_l T_s = \ln \underline{z}_l. \end{cases}$$

К сожалению, прямой анализ корней пилотной модели не дает полного избавления модели от лишних компонентов. Поэтому окончательная селекция компонентов производится на этапе построения компонентной модели, когда по физически реализуемым корням полинома $P_{M_c}(z)$ модели определяются амплитуды и начальные фазы составляющих сигнала [2]. Критерий селекции прост: из модели удаляются составляющие, амплитуды которых несравненно меньше амплитуды основной гармоники.

Очевидно, характеристики пилотной модели оказывают значительное влияние на точность распознавания структуры сигнала, поскольку в дальнейших процедурах структурного анализа используются корни его характеристического уравнения (5). Так как пилотная модель настраивается в условиях практически полной неопределенности, то рассчитывать на полную согласованность ее корней с корнями сигнала нельзя. Поэтому нужны стратегии, исключающие влияние свойств пилотной модели на результаты структурного анализа. Искомые качества обеспечиваются сочетанием адаптивной вариации частоты дискретизации с лестничной декомпозицией сигнала.

В последующих разделах статьи излагаются основы нового метода структурного анализа и приводится пример обработки сигнала реального процесса в энергосистеме.

Метод лестничной декомпозиции. Исследования показывают [5], что разрешающая способность структурного анализа существенно повышается, если процедуре декомпозиции сигнала придать рекуррентность. Действительно, если на $(l - 1)$ -ом шаге какой-либо компонент $x_{l-1}(k)$ сигнала $x(k)$ определен, то его можно вычесть из сигнала, и дальнейший анализ структуры вести уже на отсчетах остаточного сигнала

$$r_{l-1}(k) = x(k) - x_{l-1}(k)$$

с исключенным компонентом. Это позволяет уменьшить порядок настраиваемой модели и повышает относительный вес оставшихся компонентов в сигнале, что, несомненно, улучшает распознаваемость компонентов сигнала.

Предполагается, что энергия процесса сосредоточена в низкочастотных составляющих электроэнергетического сигнала. Поэтому вначале определяют параметры основной гармоники и аперiodических составляющих, а затем – параметры высокочастотных слагаемых.

Алгоритм предусматривает выполнение следующих операций:

1. Настройка структурной модели (3) с учетом коэффициента децимации сигнала, выбираемого на основе рекомендаций, изложенных в [12]:

$$a_0 \hat{r}_{l-1}(k) = F_{M_l, v_l}\{r_{l-1}(k)\} = - \sum_{m=1}^{M_l} a_m r_{l-1}(k - m v_l) \quad (11)$$

Принятый коэффициент децимации создает оптимальные условия для настройки модели на остаточный сигнал $r_{l-1}(k)$ и оценки корней \underline{z}_l и $\underline{z}_{l+1} = \underline{z}_l^*$, соответствующих распознаваемой составляющей сигнала. Удаляя из характеристического полинома основной модели (11) полином элементарной составляющей

$$P_{2, v_l}(z) = (z - \underline{z}_l)(z - \underline{z}_l^*), \quad (12)$$

получают полином $P_{(M_l-2), v_l}(z)$ и по нему – сам оператор выделения элементарной составляющей $F_{(M_l-2), v_l}\{r_{l-1}(k)\}$. Тогда разностный сигнал

$$d_l(k) = r_{l-1}(k) - F_{(M_l-2), v_l}\{r_{l-1}(k)\}, \quad (13)$$

полученный как результат вычитания из отсчетов остаточного сигнала $r_{l-1}(k)$ отсчетов на выходе оператора выделения элементарной составляющей, содержит только слагаемую, пропорциональную распознаваемой составляющей, и шум. Остается лишь определить ее

параметры с учетом влияния на нее моделей предыдущих этапов и новой модели $F_{(M_l-2),\nu_l}\{r_{l-1}(k)\}$.

2. Решение задачи наименьших квадратов, формулируемой как задача минимизации функции невязок

$$E(k) = \min_{\hat{A}_l, \hat{\psi}_l} \sum_{n=k-R+1}^k [d_l(n) - x_l(n)]^2, \quad (14)$$

где модель распознаваемой составляющей $x_l(l)$ определяется согласно (7), \hat{A}_l и $\hat{\psi}_l$ – искомые оценки амплитуды и начальной фазы составляющей. Необходимые параметры α_l и ω_l элементарного сигнала определяются из (9). После этого определяется смещение, внесенное в оценки параметров распознаваемой составляющей сигнала предыдущими шагами декомпозиции (рассмотрено в п.4).

3. Получение нового остаточного сигнала

$$r_l(k) = r_{l-1}(k) - F_{2,\nu_l}\{r_{l-1}(k)\}, \quad (15)$$

свободного от распознанной на данном шаге составляющей $x_l(k)$. Заграждающий оператор F_{2,ν_l} строится по характеристическому полиному распознаваемой составляющей (12) на основе модели (8).

4. Передача последующему шагу декомпозиции характеристического полинома совокупной модели распознанных компонентов сигнала

$$Q_{l-1}(z) = \prod_{q=1}^{l-1} P_{M_q, \nu_q}(z) \quad (16)$$

с целью учета смещения, вносимого предыдущими шагами декомпозиции. В (16) M_q и ν_q – порядок модели элементарного сигнала [модель (8) или (10)] и коэффициент децимации q -го шага декомпозиции. Совокупный характеристический полином оператора, определяющий влияние предыдущих шагов декомпозиции сигнала (влияние заграждающих операторов элементарных составляющих) и оператора выделения элементарного сигнала данного шага декомпозиции, с учетом (16) будет следующим:

$$P_{c,l}(z) = P_{(M_l-2),\nu_l}(z)Q_{l-1}(z) = P_{(M_l-2),\nu_l}(z) \prod_{q=1}^{l-1} P_{M_q, \nu_q}(z).$$

Коэффициент передачи на комплексной частоте элементарного сигнала $\underline{p}_l = -\alpha_l + j\omega_l$ вычисляется как

$$\underline{K}_l(-\alpha_l, j\omega_l) = P_{(M_l-2),\nu_l}[z = e^{(-\alpha_l + j\omega_l)\nu_l T_s}] \prod_{q=1}^{l-1} P_{M_q, \nu_q}[z = e^{(-\alpha_l + j\omega_l)\nu_q T_s}] \quad (17)$$

Истинные параметры искомой составляющей – амплитуда и начальная фаза – определяются с учетом коэффициента передачи (17):

$$\begin{cases} A_l = \frac{\hat{A}_l}{|\underline{K}_l(-\alpha_l, j\omega_l)|}, \\ \psi_l = \hat{\psi}_l - \arg\{\underline{K}_l(-\alpha_l, j\omega_l)\}. \end{cases} \quad (18)$$

5. Формирование совокупного характеристического полинома распознанных компонентов сигнала для передачи его на следующий шаг декомпозиции. Для этого к полиному (16) добавляется полином (12) заграждающего оператора элементарной составляющей данного шага декомпозиции:

$$Q_l(z) = Q_{l-1}(z)P_{2,\nu_l}(z).$$

Для оценки следующей составляющей сигнала все операции повторяются, но уже с моделью более низкого порядка (в данном случае ее порядок уменьшается на 2).

Обработка сигнала реального процесса в энергосистеме. Отсчеты сигнала взяты из статьи [6], частота дискретизации сигнала $f_s = 1200$ Гц. Согласно цитируемой работе, сигнал процесса (рис. 2) включает в себя основную гармонику, аperiodическую составляющую и шум $n(i)$:

$$x(k) = 2,72 \cos(k2\pi 50,18/1200 + 2,77) + 2,27(0,9418)^k + n(i). \quad (19)$$

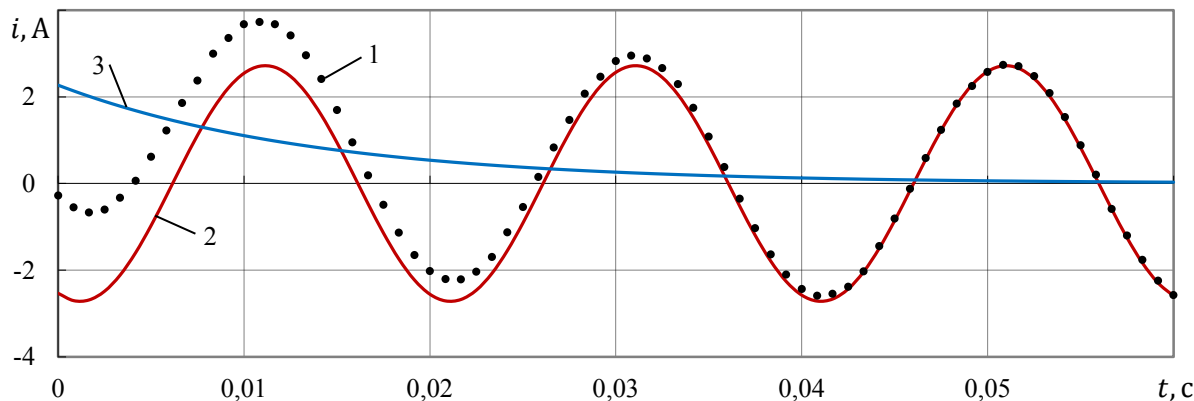


Рис. 2: Сигнал и его компоненты [6]: 1 – отсчеты сигнала; 2 - основная гармоника частотой 50,18 Гц; 3 - аperiodическая составляющая с основанием $e^{-\alpha T_s} = 0,9418$, α - коэффициент затухания, $T_s = 1/1200$ с – период дискретизации.

Во всех вычислениях по предлагаемому методу используется арифметика двойной точности. Начальный порядок модели принят равным 7 ($M_1 = 7$).

Декомпозицию процесса на элементарные сигналы метод осуществляет в два шага. На первом шаге определяется основная гармоника, а на втором - аperiodическая составляющая.

Настройка пилотной модели порядка $M_1 = 7$ на первом шаге [$l = 1, r_0(k) = x(k), v_0 = 1$] дает корни и соответствующие им параметры составляющих модели, представленные в табл. 1.

Табл. 1

Составляющие модели	Корни	Частота \hat{f} , Гц	Затухание $\hat{\alpha}$, c^{-1}
Основная	$0,9642 \pm j0,2586$	50,04	-2,07
Аperiodическая	0,9363	0	-78,99
Первая затухающая	$-0,1245 \pm j0,8070$	329,24	-243,18
Вторая затухающая	$-0,8140 \pm j0,2854$	535,61	-177,36

Для уточнения параметров основной гармоники настраивается основная структурная модель (11) при коэффициенте децимации $v_1 = 2$. Полученные параметры модели представлены в табл. 2. При анализе данных таблицы надо помнить, что частота дискретизации виртуально изменена и равна 600 Гц. Оценка частоты основной гармоники сигнала улучшена, об этом косвенно свидетельствует тот факт, что коэффициент затухания в оценке основной гармоники уменьшился.

Табл. 2

Составляющие модели	Корни	Частота \hat{f} , Гц	Затухание $\hat{\alpha}$, c^{-1}
Основная	$0,8651 \pm j0,5008$	50,12	-0,25
Аperiodическая	0,8851	0	-73,26
Первая затухающая	$-0,0356 \pm j0,9803$	153,47	-11,52
Вторая затухающая	$-0,8574 \pm j0,3296$	264,96	-50,98

Амплитуда и фаза основной гармоники определяется путем решения задачи (14) (затухание принимается равным 0). Поскольку корни соответствуют корням модели с децимацией отсчетов, то и модель (13) тоже будет использовать децимированные отсчеты.

Истинное значение амплитуды $A_1 = 2,76$ и начальной фазы $\psi_1 = 2,77$ основной гармоники определены согласно (18). Комплексный коэффициент $\underline{K}_1(0, j2\pi 50, 12)$ вычисляется по (17), полагая, что $P_{M_1,1}(\underline{z}) = 1$.

Апериодическая составляющая определяется по отсчетам остаточного сигнала $r_1(k)$ (рис. 3) на выходе заграждающего оператора согласно (15). Как видно, апериодическая слагаемая в остаточном сигнале слабо выражена на фоне шума, поскольку заграждающий оператор основной гармоники сильно подавляет низкочастотный спектр сигнала и подчеркивает высокочастотные составляющие. Метод лестничной декомпозиции устраняет этот недостаток. Покажем это.

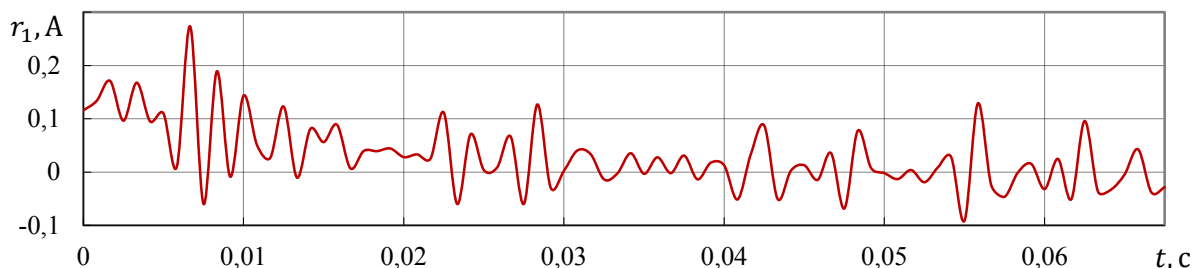


Рис. 3: Остаточный сигнал $r_1(k)$, используемый для настройки основной структурной модели при оценке апериодической составляющей.

Поскольку основная гармоника исключена из остаточного сигнала $r_1(k)$, то на втором шаге декомпозиции используется модель меньшего порядка: $M_2 = M_1 - 2 = 5$, коэффициент децимации $\nu_2 = 1$. Параметры модели, настроенной на остаточный сигнал $r_1(k)$ при принятых условиях, приведены в табл. 3.

Табл. 3

Составляющие модели	Корни	Частота \hat{f} , Гц	Затухание $\hat{\alpha}$, c^{-1}
Апериодическая	0,9385	0	-76,15
Первая затухающая	$-0,1306 \pm j0,8376$	329,54	-198,25
Вторая затухающая	$-0,8167 \pm j0,2881$	535,23	-172,61

Как видно из таблицы, оценка основания апериодической составляющей $e^{-\alpha T_s} = 0,9385$ на втором шаге декомпозиции улучшена, но еще недостаточно приближена к значению в структуре сигнала (19). Как и в случае оценки основной гармоники, для уточнения и оценки параметров апериодической составляющей формируется разностный сигнал $d_2(k)$. Коэффициенты оператора получают из корней табл. 3, за исключением корня 0,9385, соответствующей апериодической составляющей.

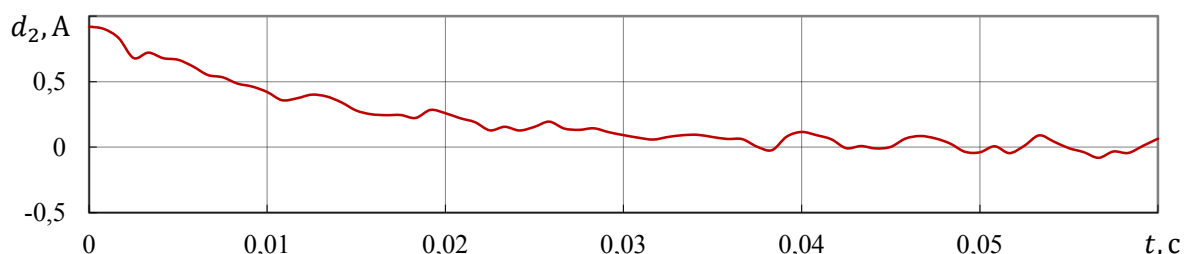


Рис. 4: Разностный сигнал $d_2(k)$, используемый для уточнения основания и оценки амплитуды и фазы апериодической составляющей. По сравнению с остаточным сигналом (рис. 3), значительно повышено отношение сигнал/шум.

Кривая разностного сигнала $d_2(k)$ показана на рис. 4. Видно, что оператор выделения элементарной составляющей существенно повысила отношение сигнал/шум, что позволило

блоку элементарного сигнала улучшить оценку аperiodической составляющей, приближая ее к структуре (19). Основание аperiodической составляющей после уточнения $e^{-\alpha T_s} = 0,9428$.

Таким образом, метод лестничной декомпозиции позволил распознать структуру сигнала на одном и том же отрезке сигнала при меньшем порядке структурной модели, чем в классическом методе структурного анализа [6].

3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Лестничная декомпозиция сигнала позволяет на каждом шаге выделения элементарной составляющей вычленивать из структурной модели оператор, подавляющий все остальные компоненты и шум сигнала и формирующий разностный сигнал, пропорциональный распознаваемой элементарной составляющей.

2. Метод лестничной декомпозиции в сочетании с вариацией частоты дискретизации является эффективным методом повышения разрешающей способности структурного анализа сигналов электроэнергетических систем.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Антонов В.И. Структурный анализ входных сигналов цифровых систем релейной защиты и противоаварийной автоматики // Электротехника. 1995. № 6. С. 56 - 61.
- [2] Антонов В.И., Лазарева Н.М., Пуляев В.И. Методы обработки цифровых сигналов энергосистем // М., НТФ «Энергопрогресс», «Энергетик». 2000.
- [3] Антонов В.И., Наумов В.А., Фомин А.И., Солдатов А.В. Адаптивный структурный анализ входных сигналов цифровой релейной защиты и автоматики // Электротехника. 2015. (В портфеле редакции).
- [4] Антонов В.И., Ильин А.А., Лазарева Н.М. Адаптивные структурные модели входных сигналов релейной защиты и автоматики // Электротехника. 2012. №1. С.52-55.
- [5] Антонов В.И., Ильин А.А., Лазарева Н.М., Ольгина М.А. Эффективные методы структурного анализа цифровых сигналов электроэнергетических систем // Вестник Чувашского университета. № 3-4. 2000. С. 82-90.
- [6] Антонов В.И., Наумов В.А., Фомин А.И. Эффективные структурные модели входных сигналов цифровой релейной защиты и автоматики // Электричество. 2012. №11. С.2-8.
- [7] Антонов В.И., Лямец Ю.Я. Разрешающая способность метода наименьших квадратов при оценивании основной гармоники тока короткого замыкания // Изв. вузов. Энергетика. 1990. №2. С. 48–51.
- [8] Lobos T., Kozina T., Koglin H.-J. Power System Harmonic Estimation using Linear Least Squares Method and SVD/ IEE Proc., Gener. Transm. Distrib. Vol. 148, No. 6, November 2001. P. 567-572.
- [9] Лямец Ю.Я., Антонов В.И., Арсентьев А.П. Адаптивная цифровая обработка входных величин релейной защиты // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. №6. 1988. С. 51-59.
- [10] Антонов В.И., Лазарева Н.М. Решетчатый адаптивный фильтр с контролем достоверности результата для распознавания сигналов электрических систем // Изв. РАН. Энергетика. №6. 1997 г. С.63-69.
- [11] Антонов В.И., Наумов В.А., Фомин А.И., Солдатов А.В. Обработка сигнала с высокой частотой дискретизации в цифровой релейной защите и автоматике // Цифровая электротехника: проблемы и достижения: Сб. научных трудов НПП «ЭКРА». Выпуск II. – Чебоксары: РИЦ «СРЗАУ». 2013. С. 12-21.
- [12] Антонов В.И., Наумов В.А., Солдатов А.В., Иванов Н.Г. Фундаментальные свойства эффективных структурных моделей тока короткого замыкания электрической сети // Цифровая электротехника: проблемы и достижения: Сб. научных трудов НПП «ЭКРА». Выпуск III. – Чебоксары: РИЦ «СРЗАУ». 2014. С. 18-29.