

Авторы:  
Иванов Н.Г.,  
Солдатов А.В.,  
Наумов В.А.,  
Антонов В.И.,  
ООО НПП «ЭКРА»,  
г. Чебоксары, Россия.

Ivanov N.G.,  
Soldatov A.V.,  
Naumov V.A.,  
Antonov V.I.

# ОЦЕНКА ЧАСТОТЫ СЕТИ В ЦИФРОВЫХ СИСТЕМАХ РЗА ПО ПЕРЕХОДУ ЧЕРЕЗ НУЛЬ: ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОЧНОСТИ

## FREQUENCY ESTIMATION IN DIGITAL RELAY PROTECTION AND AUTOMATION USING ZERO-CROSSING TECHNIQUE

**Аннотация:** исследованы метрологические характеристики способа оценки частоты по переходу сигнала через нуль. Показано, что главными факторами, влияющими на точность оценки частоты, являются частота дискретизации и отношение сигнал/шум.

Ключевые слова: частота электрической сети, метод оценки частоты по переходу через нуль, характеристики точности.

**Abstract:** metrological characteristics of zero-crossing frequency estimation technique are studied. It is shown that main factors influencing the accuracy of frequency estimate are sampling rate and signal-to-noise ratio.

**Keywords:** frequency of power network, zero-crossing frequency estimation technique, frequency measurement accuracy.

### Введение

Оценка частоты широко используется в алгоритмах автоматики энергосистем (автоматическая частотная разгрузка, автоматический частотный ввод резерва, автоматическая синхронизация и т.д.), а также в алгоритмах определения ортогональных составляющих сигналов. Прецизионная оценка частоты является необходимым условием эффективной работы этих алгоритмов.

Известно множество цифровых алгоритмов определения частоты [1], однако, в значительной части цифровых устройств РЗА продолжает использоваться классический метод оценки частоты по переходу сигнала через нуль. Целью данной работы является исследование метрологических характеристик этого метода.

### Составляющие погрешности оценки частоты

Для оценки частоты  $\hat{f}$  определяется период сигнала  $\hat{T}$  по переходам через нуль.

Цифровые системы РЗА работают с отсчетами сигналов, поэтому момент перехода

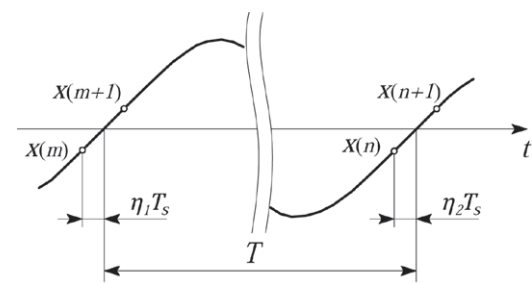


Рис. 1. Оценка периода по переходам сигнала через нуль

сигнала через нуль не определен. Эта неопределенность разрешается обычно с помощью линейной интерполяции.

Тогда оценка периода сигнала (рис. 1)

$$\hat{T} = T_s (n - m - \eta_1 + \eta_2),$$

где  $T_s$  – период дискретизации.

Ошибка оценки периода

$$\Delta T = \Delta T_i + \Delta T_n \quad (1)$$

включает в себя ошибки, вызванные интерполяцией  $\Delta T_i$  и наличием шумов  $\Delta T_n$ , и сказывается на точности оценки частоты, приводя к погрешности частоты

$$\Delta f = \frac{1}{\frac{1}{f} + \Delta T} - f = -f \frac{f \Delta T}{1 + f \Delta T} \quad (2)$$

Отметим, что искажение сигнала, вызванное наличием в сигнале высших гармоник или свободных составляющих, может вызвать ошибки в оценке частоты. Поэтому для оценки частоты обычно используется напряжение, в котором свободные составляющие, как правило, не появляются. Кроме того, кратные гармоники в напряжении представлены относительно невысоко [2], в связи с чем они не приводят к появлению «ложных» переходов сигнала через нуль, а значит, практически не влияют на точность оценки частоты.

Рассмотрим влияние составляющих погрешности  $\Delta T$  на точность определения частоты.

### Погрешность интерполяции

Частота сети определяется как частота цифрового сигнала

$$x(k) = X_m \sin(k\omega T_s + \psi), \quad (3)$$

полученного из непрерывного сигнала



**Наумов Владимир Александрович**  
Окончил в 2001 г. электроэнергетический факультет Чувашского государственного университета по специальности инженер, в 2002 г. защитил магистерскую диссертацию. В 2005 г. защитил во ВНИИЭ кандидатскую диссертацию «Анализ и совершенствование продольных дифференциальных защит генераторов и блоков генератор-трансформатор». Директор по развитию ООО НПП «ЭКРА».

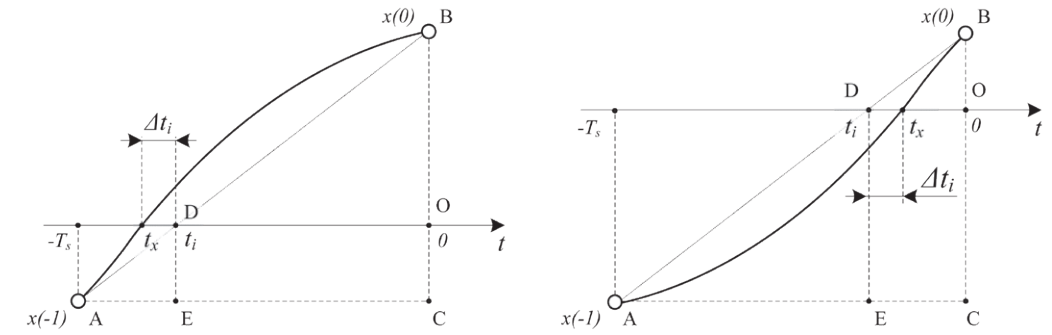


Рис. 2. Иллюстрация механизма возникновения погрешности интерполяции  $\Delta t_i$ : а)  $\Delta t_i < 0$ , б)  $\Delta t_i > 0$

$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \psi), \quad (4)$$

где  $X_m$  – амплитуда,  $\omega = 2\pi f$  – циклическая частота,  $\psi$  – начальная фаза сигнала.

Период сигнала (4) будем определять по переходу с отрицательной полуволны на положительную; тогда в цифровом сигнале (3) переход будет находиться между отсчетами разной полярности. Примем, что положительный отсчет будет иметь номер  $k = 0$  ( $t_k = kT_s = 0$ ), а номер отрицательного отсчета  $k = -1$  ( $t_k = -T_s$ ).

Тогда, как видно из рис. 2, момент перехода сигнала через нуль находится на полуинтервале  $(-T_s; 0]$ , и согласно (4)

$$t_x = -\frac{\psi}{\omega}. \quad (5)$$

Момент перехода через нуль интерполированного сигнала

$$t_i = -DO = -AC \frac{BO}{BC} = -T_s \frac{x(0)}{x(0) - x(-1)} = -\frac{T_s \sin \psi}{\psi - \sin(-\omega T_s + \psi)}. \quad (6)$$

Погрешность, с которой определяется момент перехода через нуль,

$$\Delta t_i = t_x - t_i.$$

С учетом (5) и (6) погрешность

$$\Delta t_i = -\frac{\psi}{\omega} + \frac{T_s \sin \psi}{\sin \psi - \sin(-\omega T_s + \psi)} \quad (7)$$

принимает максимальное значение  $\Delta t_{i,max}$  при

$$\psi_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \omega T_s \pm \arccos \left[ \omega T_s \operatorname{ctg} \left( \frac{\omega T_s}{2} \right) - 1 \right] \right\}. \quad (8)$$

Знак «плюс» в (8) соответствует случаю перехода интерполяционной прямой через нуль правее точки перехода сигнала через нуль (рис. 2а), а знак «минус» – левее (рис. 2б). Возникновение событий в последовательности а) и б) рис. 2 приводит к уменьшению оценки периода ( $\Delta T_i < 0$ ), а в последовательности б) и а) – к его увеличению ( $\Delta T_i > 0$ ). Максимальная ошибка  $\Delta T_i$  будет равна

$$\Delta T_i = 2\Delta t_{i,max}.$$

Удобно представлять максимальную ошибку интерполяции в виде нормированной зависимости (рис. 3,  $\Delta T_i > 0$ )

$$\Delta T_i^* = f \Delta T_i = -\frac{\psi}{\pi} + \frac{2f^* \sin \psi}{\sin \psi - \sin(-2\pi f^* + \psi)}, \quad (9)$$

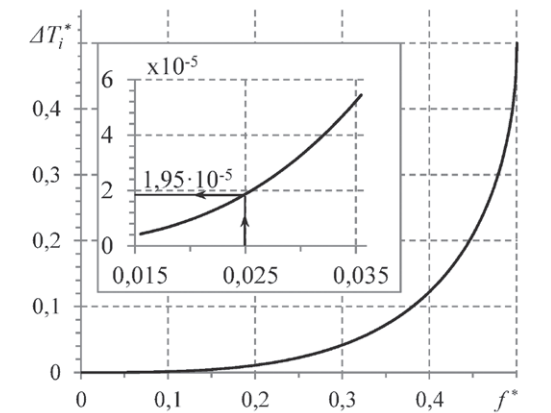


Рис. 3. Зависимость максимальной нормированной погрешности интерполяции от относительной частоты ( $\Delta T_i > 0$ )



**Антонов Владислав Иванович**  
Окончил в 1978 г. факультет электрификации и автоматизации промышленности Чувашского государственного университета. В 1985 г. защитил в Ленинградском политехническом институте кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование новых принципов построения измерительных органов направленных защит линий электропередачи». Доцент кафедры теоретических основ электротехники и релейной защиты и автоматики Чувашского государственного университета, главный специалист отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».



**Солдатов Александр Вячеславович**  
Дата рождения: 23.02.1984 г. Окончил в 2006 г. электроэнергетический факультет ЧГУ по специальности «Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем», кафедра ТЭЭ и РЗА. Зав. сектором отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».

где

$$\psi = \pi f^* - \frac{1}{2} \arccos \left[ 2\pi f^* \operatorname{ctg}(\pi f^*) - 1 \right]$$

от относительной частоты

$$f^* = f T_s \quad (10)$$

Такая же максимальная ошибка, но с отрицательным знаком, будет иметь место в случае  $\Delta T_i < 0$ .

Как видно из рис. 3, для обеспечения необходимой точности определения частоты нужно уменьшать  $f^*$ , увеличивая частоту дискретизации.

**Влияние шумов**

Максимальная погрешность в оценке периода сигнала с шумом возникает при смещении отсчетов из-за шума в одну сторону (рис. 4):

$$\Delta t_n = t_i - t_n \quad (11)$$

где

$$t_n = -DE = -AC \frac{BE}{BC} = T_s \frac{\sin \psi + \delta / X_m}{\sin \psi - \sin(-\omega T_s + \psi)} \quad (12)$$

момент перехода через нуль при линейной интерполяции сигнала по искаженным отсчетам. Из (11) с учетом (6) и (12) следует, что

$$\Delta t_n = \pm \frac{T_s}{R_{SNR}} \frac{1}{\sin \psi - \sin(-\omega T_s + \psi)}$$

где  $R_{SNR} = |X_m / \delta|$  – отношение сигнал/шум.

Погрешность  $\Delta t_n$  достигает максимального значения

$$\Delta t_{n,max} = \pm R_{SNR}^{-1} \frac{T_s}{\sin(\omega T_s)}$$

при начальной фазе  $\psi = 0$ .

Составляющая ошибки определения периода  $\Delta T_n$  будет максимальной, если шум сдвигает интерполяционные прямые в окрестности переходов сигналов через нуль в разные стороны. Поэтому

$$\Delta T_n = 2\Delta t_{n,max}$$

Наибольший вклад шумов в итоговую погрешность возникает, когда ошибки  $\Delta T_i$  и  $\Delta T_n$  имеют одинаковый знак.

Анализ зависимости нормированной погрешности (рис. 5,  $\Delta T_n > 0$ )

$$\Delta T_n^* = R_{SNR} f \Delta T_n = \pm \frac{2f^*}{\sin(2\pi f^*)} \quad (13)$$

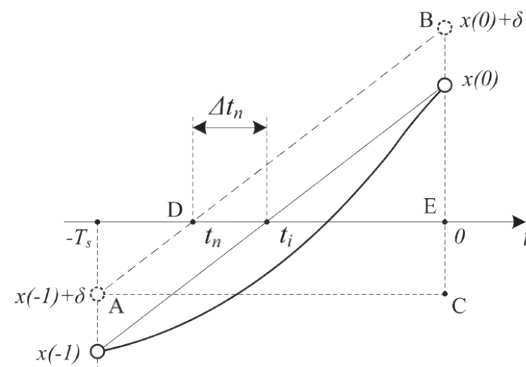


Рис. 4. Механизм влияния помехи на погрешность  $\Delta t_n$

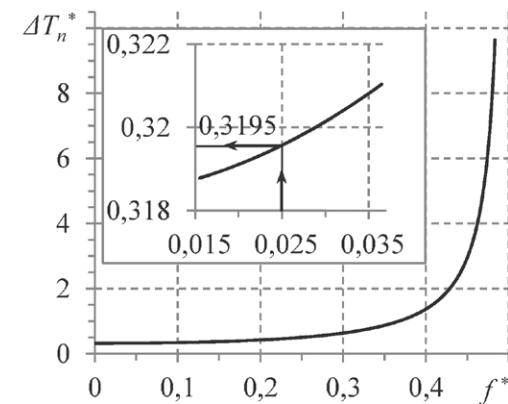


Рис. 5. Зависимость максимальной нормированной погрешности, вызванной шумом, от относительной частоты ( $\Delta T_n > 0$ )

показывает, что повышения точности оценки частоты можно добиться путем увеличения частоты дискретизации и отношения сигнал/шум.

**Пример расчета**

При реализации алгоритма оценки частоты возникают две задачи: прямая – определение точности оценки частоты  $\Delta f$  при известных параметрах сигнала, и обратная – определение необходимой частоты дискретизации сигнала при заданной точности оценки частоты. Для решения обеих задач можно использовать зависимости, приведенные на рис. 3 и 5.

Рассмотрим решение прямой задачи для цифрового сигнала (3) с шумом, имеющего частоту  $f = 50$  Гц, период дискретизации  $T_s = 1/2000$  с и отношение сигнал/шум  $R_{SNR} = 2000$ .



**Иванов Николай Геннадьевич**  
Дата рождения: 08.12.1989 г. Окончил кафедру ТЭЭ и РЗА электроэнергетического факультета Чувашского государственного университета в 2013 г., получил степень магистра техники и технологии по направлению «Электроэнергетика и электротехника». Инженер отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».

По относительной частоте сигнала (10)

$$f^* = 0,025$$

определяется максимальная нормированная погрешность интерполяции (рис. 3)

$$\Delta T_i^* = 1,95 \cdot 10^{-5}$$

и максимальная нормированная погрешность, вызванная шумом (рис. 5)

$$\Delta T_n^* = 0,3195.$$

Тогда ошибка определения периода сигнала с учетом (9) и (13):

$$\Delta T = \pm \frac{1}{f} (\Delta T_i^* + R_{SNR}^{-1} \Delta T_n^*) = \pm (3,90 \cdot 10^{-7} + 3,20 \cdot 10^{-6}) = \pm 3,59 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Максимальная погрешность оценки частоты (2) достигается при отрицательном знаке ошибки  $\Delta T$ :

$$\Delta f = 0,0090 \text{ Гц.}$$

**Выводы**

Точность оценки частоты зависит, главным образом, от погрешности интерполяции и отношения сигнал/шум. Следовательно, главными путями повышения точности оценки частоты являются повышение частоты дискретизации сигнала и повышение отношения сигнал/шум.

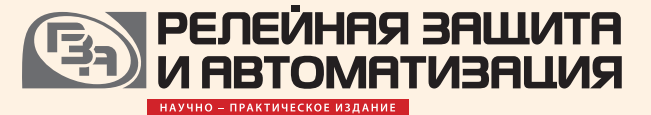
**Литература**

1. Антонов В.И., Наумов В.А., Шевцов В.М. Оценка частоты электрической сети: теоретические основы и практические алгоритмы. // Цифровая электротехника: проблемы и достижения: сборник научных статей. Выпуск 1. Чебоксары: РИЦ «СРЗАУ», 2012.
2. ГОСТ Р 54149-2010. Нормы качества электрической энергии в системах общего электроснабжения. М.: Стандартинформ, 2012.

**ПОДПИСКА**

ГАРАНТИРОВАННОЕ ПОЛУЧЕНИЕ ВСЕХ НОМЕРОВ ЖУРНАЛА

Подписка на 2014 г. (4 номера) – 2800 руб.  
Стоимость подписки включает НДС и цену доставки.



Вы можете оформить подписку на журнал «Релейная защита и автоматизация» через редакцию с любого месяца и приобрести отдельные номера, отправив заполненную Заявку удобным для Вас способом (по e-mail: ina@srzau-ric.ru, на сайте: www.srzau-ric.ru или почтовому адресу: 428003, Россия, Чувашская Республика, г. Чебоксары, пр-кт И. Яковлева, д. 3). А также в любом почтовом отделении России по Объединенному каталогу «Пресса России», подписной индекс 43141.