



Авторы:

к.т.н. Антонов В.И.^{1,2},
к.т.н. Наумов В.А.²,
Иванов Н.Г.²,
Солдатов А.В.²,
Фомин А.И.²,

¹ Чувашский государственный университет,

² ООО НПП «ЭКРА»,

г. Чебоксары, Россия.

Ph.D. Antonov V.I.^{1,2},

Ph.D. Naumov V.A.²,

Ivanov N.G.², Soldatov A.V.²,

Fomin A.I.²

¹ Chuvash State University,

² EKRA Ltd., Cheboksary, Russia.

ОБЩИЕ НАЧАЛА ТЕОРИИ ФИЛЬТРОВ ОРТОГОНАЛЬНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ BASIC PRINCIPLES OF ORTHOGONAL COMPONENTS FILTERS THEORY

Аннотация: в статье излагаются теоретические основы фильтров ортогональных составляющих, широко применяемых в современной цифровой релейной защите. Формулируются генеральные свойства фильтров ортогональных составляющих, изучается механизм возникновения смещения в оценках ортосоставляющих и способы его уменьшения при отклонении частоты оцениваемой гармоники от номинальной и появлении в сигнале аперiodической слагаемой. Показано, что уменьшение окна данных фильтров ортосоставляющих, а значит, и сокращение продолжительности переходного процесса в фильтрах принципиально возможно только при синхронной дискретизации или использовании фильтров ортогональных составляющих с заграждающими фильтрами, предназначенными для удаления лишних гармоник как во входном, так и в промежуточных сигналах после преобразования частот.

Ключевые слова: фильтры ортогональных составляющих, демодуляция, оптимальные фильтры ортосоставляющих, синхронная дискретизация, метод наложения моделей, линейный оператор заграждения гармоник, цифровая обработка сигналов, релейная защита.

Annotation: this paper deal with theory of orthogonal components filters that widely used in modern digital relay protection. It states general properties of orthogonal components filters and studies both the orthogonal components estimate bias mechanism and bias reducing methods in frequency deviation and dc-offset cases. It's shown that reduction of input signal data window resulting decrease of response time is possible by using a synchronized sampling and orthogonal components filters combined with notch filters suppress unwanted harmonics in input and auxiliary signals after frequency transformation.

Keywords: orthogonal components filters, demodulation, optimal orthogonal components filters, synchronized sampling, model superposition method, notch filter, digital signal processing, relay protection.

В цифровой релейной защите [1, 2] и устройствах измерения комплексных амплитуд сигнала (Phasor Measurements Unit – PMU) [3–5] широко используются фильтры ортогональных составляющих. Считается, что свойства фильтров ортогональных составляющих проистекают из свойств дискретного преобразования Фурье, поэтому в англоязычной научной литературе часто между ними и вовсе не делаются различия [4]. Между тем известно, что дискретное преобразование Фурье является инструментом для представления сигнала, не обязательно периодического, в виде дискретного спектра, в то время как фильтры ортогональных составляющих обнаруживают себя либо как линейный фильтр, извлекающий из периодического сигнала заданную гармонику, либо как линейный оператор, формирующий оценку комплексной амплитуды распознаваемой гармоники сигнала. Кроме того, фильтры ортогональных составляющих в общем случае имеют совсем иные начала, чем принято при формулировании основ дискретного преобразования Фурье. И многие свойства фильтров ортогональных составляющих не могут быть обоснованы классической теорией фильтров Фурье [6]. В связи с этим существует необходимость разработки общей теории фильтров ортогональных составляющих, учитывающей многообразие их принципов построения.

Целью настоящей статьи является изложение теоретических начал различных фильтров ортогональных составляющих и особенностей их использования в цифровых системах (терминалах) релейной защиты.

1. Общие закономерности фильтров ортогональных составляющих гармоники. Определим генеральные свойства ортогональных составляющих гармоники

$$x(k) = X_m \cos(\omega k T_s + \psi), \quad (1)$$

где $X_m > 0$ и $\omega > 0$ – амплитуда и угловая частота (далее для краткости – частота), T_s – период дискретизации, $k T_s$ – текущее дискретное время, k – номер отсчета.

Для практических целей удобно представлять гармонику (1) в базисе синусоидальных слагаемых некоторой опорной частоты ω_b , полагая, что ее частота

$$\omega = \omega_b (1 + h) \quad (2)$$

имеет девиацию

$$h\omega_b = \omega - \omega_b \quad (3)$$

относительно опорной частоты:



**Антонов
Владислав Иванович**

Окончил в 1978 г. факультет электрификации и автоматизации промышленности ЧГУ. В 1985 г. защитил в Ленинградском политехническом институте кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование новых принципов построения измерительных органов направленных защит линий электропередачи». Доцент кафедры теоретических основ электротехники и релейной защиты и автоматики ЧГУ им. И.Н. Ульянова, главный специалист отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».



**Наумов
Владимир Александрович**

Окончил в 2001 г. электроэнергетический факультет Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова, по специальности «инженер». В 2002 г. защитил магистерскую диссертацию. В 2005 г. защитил во ВНИИЭ кандидатскую диссертацию «Анализ и совершенствование продольных дифференциальных защит генераторов и блоков генератор-трансформатор». Заместитель генерального директора - технический директор ООО НПП «ЭКРА».

$$x(k) = X_m \cos(h\omega_b kT_s + \psi) \cos(\omega_b kT_s) - X_m \sin(h\omega_b kT_s + \psi) \sin(\omega_b kT_s) = c(k) \cos(\omega_b kT_s) - s(k) \sin(\omega_b kT_s), \quad (4)$$

где h – коэффициент девиации. Аргументы гармонических функций разностной частоты $h\omega_b$

$$c(k) = X_m \cos(h\omega_b kT_s + \psi) \quad (5)$$

и

$$s(k) = X_m \sin(h\omega_b kT_s + \psi) \quad (6)$$

сдвинуты на 90 градусов, в связи с чем в теории колебаний они получили название квадратурных [7], а в релейной защите – ортогональных составляющих (ортосоставляющих) [8].

Оценки амплитуды \hat{X}_m и начальной фазы $\hat{\psi}$ гармоники связаны с ортосоставляющими (5) и (6) следующими соотношениями:

$$\hat{X}_m = \sqrt{c^2(k) + s^2(k)} = X_m, \quad (7)$$

$$\hat{\psi} = \tan^{-1} [s(k) / c(k)] = \psi + h\omega_b kT_s. \quad (8)$$

Как видно из (7) и (8), оценка амплитуды \hat{X}_m не зависит от частоты гармоники и равна искомой амплитуде X_m гармоники, но оценка $\hat{\psi}$ начальной фазы ψ будет иметь смещение, зависящее от разностной частоты $h\omega_b$ и времени k . И лишь при частоте, равной опорной, когда $\omega = \omega_b$ и $h = 0$, ортосоставляющие не меняются во времени и будут равны

$$c(k) = X_m \cos \psi, \quad s(k) = X_m \sin \psi. \quad (9)$$

Тогда и оценка $\hat{\psi}$ начальной фазы ψ не будет иметь смещения, т.е. $\hat{\psi} = \psi$.

В алгоритмах релейной защиты и автоматики оценка начальной фазы, как правило, не имеет самостоятельного значения. Действительно, в измерительных органах с одной подведенной величиной главное значение имеет оценка амплитуды (7), а она не зависит от времени. В измерительных органах с двумя подведенными величинами, например, в органах сопротивления и активной мощности, используется оценка

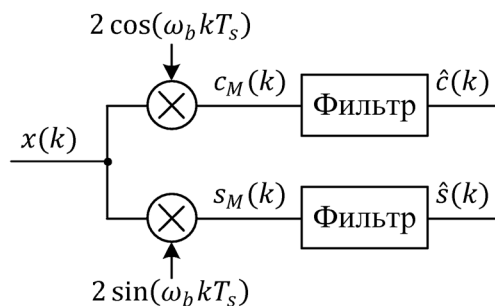


Рис. 1. Оценка ортосоставляющих гармоники (1) сигнала в схеме демодуляции

разности начальных фаз гармоник напряжения ψ_u и тока ψ_i , получаемая как разность оценок $\hat{\phi} = \hat{\psi}_u - \hat{\psi}_i$ начальных фаз согласно оценкам (8): $\hat{\psi}_u = \psi_u + h\omega_b kT_s$ и $\hat{\psi}_i = \psi_i + h\omega_b kT_s$. Поэтому оценка разности фаз $\hat{\phi}$ будет свободна от смещения и равна $\psi_u - \psi_i$.

Рассмотрим основные способы оценивания ортосоставляющих гармоники (1).

2. Преобразование частоты и фильтрация (демодуляция). В теории колебаний [7] и теории связи [9] для выделения ортосоставляющих (5) и (6) используется демодуляция (рис. 1), осуществляющая сдвиг спектра входного сигнала на частоту ω_b опорных сигналов влево и вправо на оси частот ω . Преобразование частот происходит за счет перемножения входного сигнала с сигналами ортогональной пары

$$\{\cos(\omega_b kT_s), \sin(\omega_b kT_s)\} \quad (10)$$

в каналах косинусного

$$c_M(k) = 2x(k) \cos(\omega_b kT_s) \quad (11)$$

и синусного

$$s_M(k) = 2x(k) \sin(\omega_b kT_s) \quad (12)$$

промежуточных сигналов. В результате основная гармоника частоты ω_1 и высшие гармоники частот $r\omega_1$ ($r = 2, 3, \dots, R; R\omega_1 T_s < \pi$) входного сигнала цифровой релейной защиты

$$x(k) = X_{m1} \cos(\omega_1 kT_s + \psi_1) + \sum_{r=2}^R X_{mr} \cos(r\omega_1 kT_s + \psi_r) + X_e e^{-\beta T_s k} \quad (13)$$



Иванов

Николай Геннадьевич

Окончил кафедру ТОЭ и РЗА электроэнергетического факультета ЧГУ им. И.Н. Ульянова в 2013 году, получил степень магистра техники и технологии по направлению «Электроэнергетика и электротехника». Инженер 2 категории отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».



Солдатов

Александр Вячеславович

Окончил в 2006 г. электроэнергетический факультет Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова, по специальности «инженер». Заместитель заведующего отделом РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».

будут преобразованы в соответствующие пары гармонических слагаемых частот $r\omega_1 - \omega_b$ и $r\omega_1 + \omega_b$ ($r = 1, 2, 3, \dots$), а аperiodическая составляющая – в затухающую колебательную слагаемую частоты ω_b .

Очевидно, что опорная частота ω_b должна выбираться с таким расчетом, чтобы избежать наложения составляющих после преобразования частот. Поэтому разностная частота $h\omega_r$, определяемая согласно (3), должна быть меньше частоты основной гармоники ω_r , т.е. выполнялось условие $|h\omega_b| < \omega_r$. Обычно опорную частоту ω_b принимают равной номинальной частоте оцениваемой гармоники, следовательно,

$$\omega_b = q\omega_0,$$

а частота гармоники согласно (2) равна

$$\omega = q\omega_0(1+h), \quad |h| < 1,$$

где ω_0 – номинальная частота основной гармоники.

Проецируя действие преобразований (11) и (12) на сигнал (13), несложно видеть, что искомые ортосоставляющие (5) и (6) q -ой гармоники будут представлены в полосе частот от 0 до $hq\omega_0$, а все остальные составляющие сигнала будут перенесены в промежуточных сигналах (11) и (12) в высокочастотную область спектров. Для разделения ортосоставляющих и слагаемых высокочастотной части спектра используются фильтры нижних частот с частотой среза ω_c не менее максимально возможной разностной частоты $h_{\max}q\omega_0$. Кроме того, необходимо, чтобы составляющие боковых частот от соседних гармоник не попадали в полосу пропускания фильтров, иначе они внесут искажения в оценки ортосоставляющих. Достигается это надлежащим выбором полосы пропускания фильтров нижних частот.

Действительно, разделение низкочастотных составляющих, возникающих при преобразовании соседних гармоник, возможно, если удастся избежать перекрытия их частот. Пусть r – номер соседней гармоники. Если номер оцениваемой гармоники $q < r$ (рис. 2, а), то нужно, чтобы при максимально возможной величине девиации $h_{\max}\omega_0$ частоты основной гармоники от номинальной ω_0 минимально возможная частота соседней гармоники $r(1 - h_{\max})\omega_0$ не перекрыла максимально возможную частоту $q(1 + h_{\max})\omega_0$ оцениваемой гармоники, т.е. необходимо выполнить условие:

$$r(1 - h_{\max})\omega_0 > q(1 + h_{\max})\omega_0,$$

Отсюда следует, что

$$h_{\max} < (r - q) / (r + q), \quad q < r. \quad (14)$$

Так же обстоит дело и при $q > r$ (рис. 2, б), с той лишь разницей, что в этом случае оцениваемая и соседняя гармоники меняются местами, изменив условие выбора максимально возможной девиации частоты:

$$h_{\max} < (q - r) / (r + q), \quad q > r.$$

В релейной защите чаще всего преобразуемой является основная гармоника ($q = 1$), представленная на фоне нечетных кратных гармоник ($r = 3, 5, \dots$). Поэтому частота опорных сигналов ω_b принимается равной ω_0 , а частота среза фильтра нижних частот выбирается исходя из условия отстройки от составляющей левой боковой частоты от соседней гармоники; в данном случае от третьей ($r = 3$). Максимально возможная девиация будет ограничена условием (14). Поэтому $h_{\max} < 0,5$, а частота среза фильтров $\omega_c < 0,5\omega_0$.

3. Оптимальные оценки ортосоставляющих гармоники. Оценивание ортосоставляющих гармоники (1), представленной согласно (4) моделью

$$\hat{x}(k) = \hat{c}(k)\cos(\omega_b k T_s) - \hat{s}(k)\sin(\omega_b k T_s), \quad (15)$$

можно рассматривать как решение задачи метода наименьших квадратов

$$E(k) = \min_{\hat{c}, \hat{s}} \sum_{l=k-n+1}^k e^2(l). \quad (16)$$

Здесь n – ширина окна данных. Ожидается, что оценки $\hat{c}(k)$ и $\hat{s}(k)$ будут отвечать свойствам (5) – (9).

В общем случае невязка

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k) - T_p \{x(k)\} \quad (17)$$



Фомин

Алексей Иванович

Окончил в 2010 г. электроэнергетический факультет Чувашского государственного университета по специальности инженер. Инженер отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».

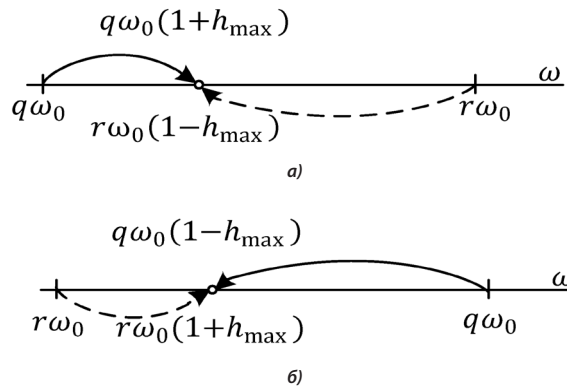


Рис. 2. Граничные условия разделимости оцениваемой гармоники частоты $q\omega_0$ и соседней гармоники частоты $r\omega_0$; (а) при $q < r$ и (б) при $q > r$

может содержать линейный оператор p -го порядка $T_p\{x(k)\}$, реализующий, например, модель кратных гармоник.

Решение задачи (16) дается системой нормальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial E(k)}{\partial \hat{c}} = -2 \sum_{l=k-n+1}^k e(l) \cos(l\omega_b T_s) = 0, \\ \frac{\partial E(k)}{\partial \hat{s}} = 2 \sum_{l=k-n+1}^k e(l) \sin(l\omega_b T_s) = 0, \end{cases} \quad (18)$$

откуда, с учетом выражения для невязки (17), амплитудно-частотной (рис. 3)

$$H(\omega T_s) = \left| \frac{\sin(n\omega T_s / 2)}{n \sin(\omega T_s / 2)} \right| \quad (19)$$

и фазо-частотной

$$\varphi(\omega T_s) = -\frac{n-1}{2} \omega T_s \quad (20)$$

характеристик оператора суммирования (скользящего среднего) $\sum_{l=k-n+1}^k x(l)$ следуют уравнения для определения ортосоставляющих [10]:

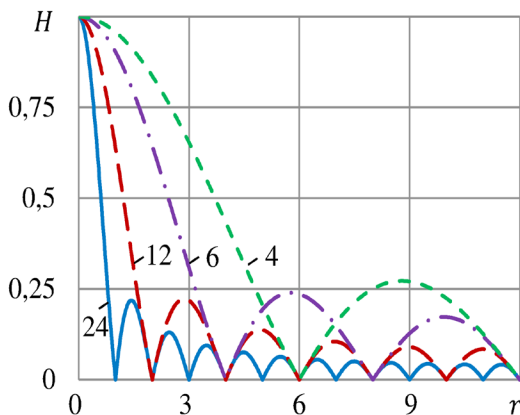


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики фильтра скользящего среднего при частоте дискретизации 1200 Гц. Числа при кривых соответствуют ширине n окна скользящего среднего, r – номер гармоники (частота основной гармоники равна 50 Гц)

$$\left\| \begin{matrix} 1 + H_{2b} \cos(2\omega_b k T_s + \varphi_{2b}) & H_{2b} \sin(2\omega_b k T_s + \varphi_{2b}) \\ H_{2b} \sin(2\omega_b k T_s + \varphi_{2b}) & 1 - H_{2b} \cos(2\omega_b k T_s + \varphi_{2b}) \end{matrix} \right\| \hat{c}(k) = -\hat{s}(k) \quad (21)$$

$$= \frac{2}{n} \left\| \begin{matrix} \sum_{l=k-n+1}^k [x(l) - T_p\{x(l)\}] \cos(l\omega_b T_s) \\ \sum_{l=k-n+1}^k [x(l) - T_p\{x(l)\}] \sin(l\omega_b T_s) \end{matrix} \right\|$$

где

$$H_{2b} = H(2\omega_b T_s) \text{ и } \varphi_{2b} = \varphi(2\omega_b T_s) -$$

коэффициенты передачи АЧХ (19) и ФЧХ (20) скользящего среднего на удвоенной частоте опорных сигналов (10).

Левая часть системы (21) полностью определена и может



быть рассчитана заранее, а вот правая часть зависит от вида входного сигнала и линейного оператора $T_p\{x(l)\}$. Обычно оператор $T_p\{x(l)\}$ используется для придания правой части системы (21) свойств, принципиально недоступных ей. Например, для исключения гармоник, которые не подавляются правой частью при коротких окнах данных [6]. В этом смысле он носит вспомогательный характер. С целью упрощения анализа свойств правой части временно исключим его из рассмотрения, приняв его за нуль-оператор: $T_p\{x(l)\} = 0$. Его влияние можно будет учитывать отдельно.

Умножение сигнала $x(k)$ на составляющие (10) опорной частоты ω_b в правой части системы (21) преобразует гармонику (1) в пару составляющих боковых частот: разностной $\omega - \omega_b = h\omega_b$ и суммарной $\omega + \omega_b = (2+h)\omega_b$. Оператор скользящего среднего здесь играет ту же роль, что и фильтры нижних частот в схеме демодуляции. Как и там, он предназначен для выделения слагаемой разностной частоты на фоне высокочастотных слагаемых боковых частот. Учитывая, что правая часть системы (21) представляет собой установившуюся реакцию скользящего среднего на слагаемые боковых частот, систему (21) можно переписать более развернуто:

$$\begin{vmatrix} 1 + H_{2b} \cos(2\omega_b k T_s + \varphi_{2b}) & H_{2b} \sin(2\omega_b k T_s + \varphi_{2b}) \\ H_{2b} \sin(2\omega_b k T_s + \varphi_{2b}) & 1 - H_{2b} \cos(2\omega_b k T_s + \varphi_{2b}) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \hat{c}(k) \\ -\hat{s}(k) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} H_{1\Delta} X_m \cos(h\omega_b k T_s + \psi + \varphi_{1\Delta}) + H_{1\Sigma} X_m \cos[(2+h)\omega_b k T_s + \psi + \varphi_{1\Sigma}] \\ H_{1\Delta} X_m \sin(h\omega_b k T_s + \psi + \varphi_{1\Delta}) + H_{1\Sigma} X_m \sin[(2+h)\omega_b k T_s + \psi + \varphi_{1\Sigma}] \end{vmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} H_{1\Delta} &= H(h\omega_b k T_s), \\ \varphi_{1\Delta} &= \varphi(h\omega_b k T_s) \end{aligned} \quad (23)$$

и

$$H_{1\Sigma} = H[(2+h)\omega_b k T_s] \quad (24)$$

и

$$\varphi_{1\Sigma} = \varphi[(2+h)\omega_b k T_s] -$$

коэффициенты передачи АЧХ и ФЧХ скользящего среднего на соответствующих боковых частотах.

Видно, что между левой и правой частями системы (22) существует несогласованность, вызванная различием частот и фаз слагаемых суммарных частот. Поэтому задача определения ортосоставляющих гармоники, сформулированная совокупностью уравнений (15) – (17), при отклонении частоты гармоники от опорной, будет иметь смещение в решении даже тогда, когда сигнал включает в себя только одну гармонику.

Более скрупулезный анализ системы (22) показывает, что точность оценки ортосоставляющих будет сохранена, если настраивать частоту ω_b опорных сигналов с учетом девиации частоты сигнала, подгоняя ее к частоте ω оцениваемой гармоники ($h \rightarrow 0$), либо синхронизировать частоту дискретизации с частотой сети ($h = 0$). Настройка частоты опорных сигналов потребует постоянного пересчета левой части системы (21), существенно уложняя процедуру решения системы. Поэтому предпочтительно использование синхронной дискретизации.

4. Синхронная дискретизация при оценивании ортосоставляющих гармоники.

Подразумевается, что частота дискретизации входного сигнала синхронизирована с частотой сети [5, 10], поэтому угловое рас-

стояние $\omega_1 T_s = 2\pi / N$ между отсчетами основной гармоники (N – число отсчетов на периоде) поддерживается неизменным при любом отклонении частоты сети от номинальной (коэффициент девиации частоты $h = 0$). Для обеспечения синхронной дискретизации в терминале защиты предусматривают следящую систему оценки частоты сети [11], благодаря которой несинхронизированные отсчеты пересчитываются программно в последовательность синхронных отсчетов [5].

Синхронная дискретизация приводит обе части системы (22) в равновесие, поскольку – согласно характеристикам (19) и (20) – коэффициенты (23) и (24) при $\omega_b T_s = \omega_1 T_s = 2\pi / N$ будут следующими: $H_{1\Delta} = H(0) = 1$, $\varphi_{1\Delta} = \varphi(0) = 0$ и $H_{1\Sigma} = H(2\pi / N) = H_{2b}$, $\varphi_{1\Sigma} = \varphi(2\pi / N) = \varphi_{2b}$. Поэтому ортосоставляющие гармоники при синхронной дискретизации могут быть определены системой (21) при любых $n \geq 2$ без погрешности.

5. Синхронная дискретизация при оценивании ортосоставляющих гармоники полигармонического сигнала. При оценивании q -ой гармоники полигармонического сигнала с ограниченным спектром ($R\omega_1 T_s < \pi$, $q \leq R$)

$$x(k) = \sum_{r=1}^R X_{mr} \cos(r\omega_1 k T_s + \psi_r), \quad (25)$$

где R – наибольший номер гармоники в сигнале, ортосоставляющие не будут иметь смещения только при определенных условиях. Сформулируем их.

Понятно, что при оценивании q -ой гармоники угловой интервал между отсчетами опорных сигналов увеличивается кратно угловому расстоянию отсчетов основной гармоники

$$\omega_b T_s = q\omega_1 T_s = q(2\pi / N). \quad (26)$$

Тогда в левой части системы (21) $H_{2b} = H[2q(2\pi / N)] = H_{2q}$ и $\varphi_{2b} = \varphi[2q(2\pi / N)] = \varphi_{2qr}$ а в



правой части (с учетом равенства $r = q$) коэффициенты передачи скользящей средней $H_{q\Delta} = H(0) = 1$, $H_{q\Sigma} = H[2q(2\pi/N)] = H_{2q}$, $\varphi_{q\Delta} = \varphi(0) = 0$ и $\varphi_{q\Sigma} = \varphi[2q(2\pi/N)] = \varphi_{2q}$. Принимая во внимание новые обозначения, правая часть системы (21)

$$\begin{aligned} & \left\| \begin{array}{cc} 1 + H_{2q} \cos[2q(2\pi/N)k + \varphi_{2q}] & H_{2q} \sin[2q(2\pi/N)k + \varphi_{2q}] \\ H_{2q} \sin[2q(2\pi/N)k + \varphi_{2q}] & 1 - H_{2q} \cos[2q(2\pi/N)k + \varphi_{2q}] \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \hat{c}(k) \\ -\hat{s}(k) \end{array} \right\| = \\ & = X_{mq} \left\| \begin{array}{c} \cos \psi_q \\ \sin \psi_q \end{array} \right\| + X_{mq} \left\| \begin{array}{c} H_{2q} \cos[2q(2\pi/N)k + \varphi_{2q} + \psi_q] \\ H_{2q} \sin[2q(2\pi/N)k + \varphi_{2q} + \psi_q] \end{array} \right\| + \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (27)$$

будет представлена суммой векторов ортосоставляющих, слагаемых двойной частоты и вектора

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} = \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^R & \left\| \begin{array}{c} H_{r\Delta} X_{mr} \cos[k(r-q)(2\pi/N) + \psi_r] \\ -H_{r\Delta} X_{mr} \sin[k(r-q)(2\pi/N) + \psi_r] \\ + H_{r\Sigma} X_{mr} \cos[k(r+q)(2\pi/N) + \psi_r] \\ + H_{r\Sigma} X_{mr} \sin[k(r+q)(2\pi/N) + \psi_r] \end{array} \right\| \end{aligned} \quad (28)$$

элементы которого состоят только из высокочастотных составляющих, возникающих в результате преобразования частот в правой части.

Сравнивая левую и правую части системы (27), видим, что именно вектор \mathbf{Q} предстает источником погрешности при определении ортосоставляющих. Поэтому решение системы (27) будет соответствовать каноническому решению (9) исключительно тогда, когда вектор \mathbf{Q} будет нуль-вектором, т.е. $\mathbf{Q} = 0 = \left\| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right\|^T$, где верхний индекс означает транспонирование. Это осуществимо, если скользящему среднему удастся подавить все составляющие вектора \mathbf{Q} . Как следует из АЧХ (19), такая возможность появляется, если только угловая апертура скользящего среднего

$$nr(\omega_1 T_s / 2) = nr(\pi / N) = \zeta \pi \quad (29)$$

для всех $r = \overline{1, R}$ будет кратна полупериоду π (т.е. ζ – любое положительное целое). Тогда из определения (19)

следует, что коэффициенты передачи $H_{2q} = H_{r\Delta} = H_{r\Sigma} = 0$, и вектор \mathbf{Q} будет обнулен. И уравнения системы (27) перестают зависеть друг от друга.

Поскольку система (27) наследует свои свойства у системы (21), то под действием условия (29) система (21) тоже распадается на независимые уравнения, известные как уравнения классического фильтра Фурье:

$$\begin{aligned} \hat{c}(k) &= \frac{2}{n} \sum_{l=k-n+1}^k [x(l) - T_p \{x(l)\}] \cos[lq(2\pi/N)], \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} -\hat{s}(k) &= \frac{2}{n} \sum_{l=k-n+1}^k [x(l) - T_p \{x(l)\}] \sin[lq(2\pi/N)]. \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь учтена связь между частотами (26). Оценки ортосоставляющих $\hat{c}(k)$ и $\hat{s}(k)$ должны быть пересчитаны с учетом влияния оператора $T_p \{x(l)\} \neq 0$.

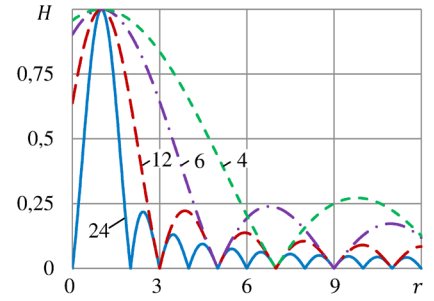


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики фильтра ортосоставляющих (30) и (31) основной гармоники ($\nu = 1$) при частоте дискретизации 1200 Гц. Обозначения на рисунке соответствуют обозначениям рис. 3

При $n = N/2$ уравнения определяют известный фильтр Фурье с половинным, а при $n = N$ – с полным окном. Как следует из условия (29), минимальное число отсчетов n , при котором все составляющие вектора (28) будут подавлены, равно N . Следовательно, только при полном окне данных (при $n = N$) оценки ортосоставляющих будут свободны от слагаемых суммарных частот, даже если сигнал состоит только из одной гармоники.

6. Роль линейного оператора заграждения $T_p \{x(l)\}$. Как это видно из АЧХ (рис. 4), классический фильтр Фурье с полным окном подавляет все гармоники сигнала, кроме оцениваемой. Поэтому резонно полагать, что он не нуждается в использовании дополнительного оператора заграждения гармоник. Однако при любом другом окне, не кратном полному ($n \neq N$), система (21) или уравнения (30) и (31) теряют способность подавлять «лишние» гармоники. Потому для исключения искажения оценок ортосоставляющих приходится прибегать к помощи линейного оператора заграждения $T_p \{x(l)\}$. Очевидно, что поступать таким образом имеет смысл тогда, когда число гармоник R в сигналах (13) и (25) конечно и не велико, и требуется высокое быстродействие защиты. Например, при необходимости подавления 3-ей и 5-ой гармоник может

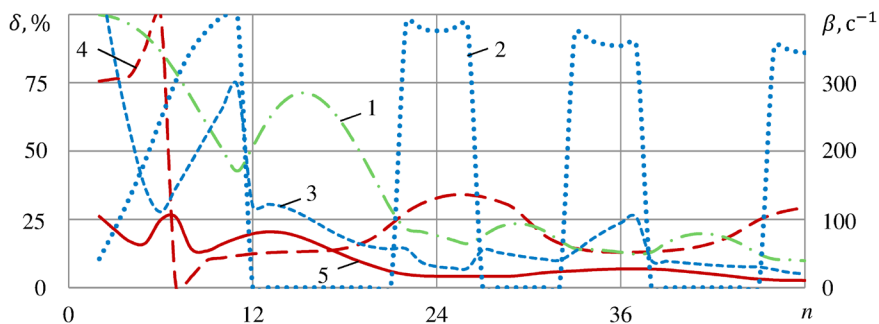


Рис. 5. Влияние заграждающего оператора аperiodической слагаемой (33) на точность оценки фильтром (21) амплитуды основной гармоники сигнала (13) при отсутствии высших гармоник ($R=0$): 1 – максимальная погрешность фильтра без оператора (33) и 2 – соответствующий ей коэффициент затухания β аperiodической составляющей; 3 – максимальная погрешность фильтра с оператором (33) при коэффициенте затухания $\beta_0 = \beta$ из кривой 2; 4 – оптимальный коэффициент затухания $\beta_{0,опт}$ оператора (33), обеспечивающий лучшую точность; 5 – максимальная погрешность фильтра с заграждающим оператором (33) при оптимальном коэффициенте затухания $\beta_{0,опт}$. Зависимости даны для $T_s = 1 / 1200$ с

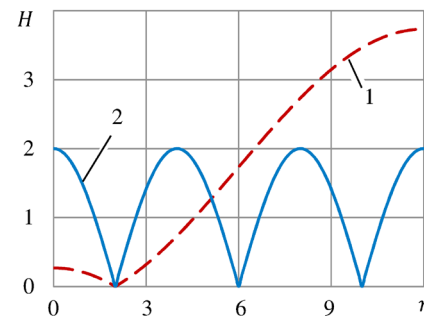


Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика фильтра (38) с частотой заграждения 100 Гц: 1 – при первоначальной частоте дискретизации 1200 Гц ($\nu = 1$); 2 – при внутримодельной децимации ($\nu = 3$, виртуальная частота дискретизации 400 Гц)

использоваться заграждающий оператор [16]

$$T_4 \{x(k)\} = -(a_3 + a_5) [x(k-3) + x(k-1)] - (2 + a_3 a_5) \cdot x(k-2) - x(k-4), \quad (32)$$

где

$$a_i = -2 \cos i \omega T_s, \quad i = 3, 5.$$

Уменьшить влияние аperiodической составляющей на точность оценки ортосоставляющих можно с помощью заграждающего оператора [6, 18]

$$T_1 \{x(k)\} = e^{-\beta_0 T_s} x(k-1), \quad (33)$$

представляющего собой модель аperiodической составляющей с предполагаемым коэффициентом затухания β_0 . Поскольку фильтр ортосоставляющих лишен способности к адаптации, то коэффициент β_0 обычно принимается равным либо нулю [17], превращая тем самым уравнение (33) в модель постоянной составляющей, либо некоторому значению $\beta_{0,опт}$ оптимальному с точки зрения уменьшения ошибки в оценках ортосоставляющих при заданном размере n окна данных (рис. 5).

Нужно иметь в виду, что заграждающие операторы (32) и (33) вносят смещение в оценку ортосоставляющих основной гармоники в соответствии со своими частотными характеристиками. Поэтому в составе фильтра ортосоставляющих нужно предусмотреть блоки компенсации их влияния на оценку комплексной амплитуды гармоники.

Переоценить роль оператора заграждения $T_p \{x(l)\}$ не стоит, поскольку известно, что скользящая средняя в системе (21) и уравнениях (30) и (31) эквивалентна каскадному соединению заграждающих фильтров [12]. Это хорошо видно и из АЧХ скользящей средней, особенно при полном окне $n = N$ (рис. 3). Оператор $T_p \{x(l)\}$ может лишь восполнить отсутствие в скользящем среднем некоторых заграждающих фильтров. Значит, выигрыш в быстродействии оценивания ортосоставляющих в фильтрах с короткими окнами ($n < N$) возможен лишь для сигналов с ограниченным числом гармоник.

7. Быстродействующие фильтры ортосоставляющих основной гармоники (фильтры с коротким окном данных) и их характеристики. Как уже отмечалось, для быстродействующих защит благоприятны фильтры, использующие отсчеты с

синхронной дискретизацией. При этом размер окна данных n может быть и меньше числа отсчетов N на периоде основной гармоники. При синхронной дискретизации такие фильтры обеспечивают оценивание ортосоставляющих основной гармоники без методической погрешности. Но в работе цифровой защиты существуют режимы, когда система мониторинга частоты сети еще не готова обеспечить выборку синхронных отсчетов (во время старта цифровой защиты) или потеряла способность к синхронизации (потеря сигнала из-за неисправности цепи). Важно, чтобы используемый фильтр и в этом случае сохранил работоспособность и приемлемую точность оценки ортогональных составляющих.

Основным пороком режима не-синхронной дискретизации является появление в оценках ортосоставляющих методической погрешности из-за отклонения частоты сети от номинальной, даже если сигнал состоит только из одной гармоники. Вызвано это ухудшением подавляющих свойств скользящей средней и разладом частот составляющих в левой и правой частях системы (21).

Действительно, совместный анализ правой части системы (22) и АЧХ скользящей средней (рис. 3)

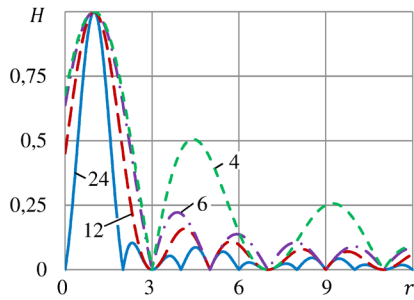


Рис. 7. Амплитудно-частотные характеристики фильтра ортосоставляющих основной гармоники (34), содержащего заграждающий фильтр (38) второй гармоники частоты 100 Гц с коэффициентом внутримодельной децимации $\nu = 3$. Обозначения соответствуют обозначениям рис. 3

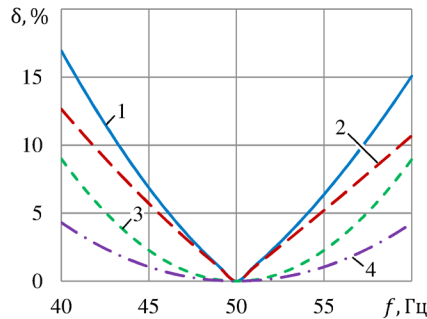


Рис. 8. Погрешность оценки амплитуды основной гармоники фильтром ортосоставляющих в зависимости от частоты сигнала. Классический фильтр Фурье [оценки (35) и (36)]: 1 – фильтр с полным окном ($n = N = 24$); 2 – фильтр с половинным окном ($n = N / 2$). Модифицированный фильтр (34): 3 и 4 – модификация фильтров 1 и 2 соответственно ($\nu = 3$)

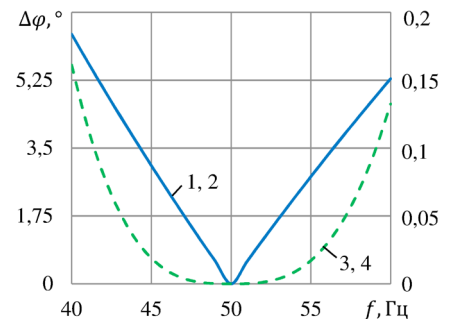


Рис. 9. Погрешность оценки фазы основной гармоники фильтром ортосоставляющих в зависимости от частоты сигнала. Шкала для кривых 1 и 2 приведена слева, а для кривых 3 и 4 – справа. Обозначения кривых даны на рис. 8

показывает, что при оценке основной гармоники периодического сигнала (25) именно составляющая суммарной частоты $\omega_0(2+q)$ вносит решающий вклад в погрешность оценки ортосоставляющих, ибо боковые лепестки АЧХ в высокочастотной части характеристики существенно ниже. Кроме того, влияние кратных гармоник на оценки ортосоставляющих основной гармоники не столь велико еще и по той причине, что их содержание в электрической сети относительно мало по сравнению с основной гармоникой. Именно это обстоятельство побуждает к применению при несинхронной дискретизации фильтров ортосоставляющих с коротким окном и заграждающим фильтром составляющей суммарной частоты. Поэтому при оценивании основной гармоники можно было бы предусмотреть в правой части системы (21) специальный фильтр заграждения второй гармоники. Конечно, во избежание разбалансировки системы (21) необходимо будет корректировать и ее левую часть, убрав из нее все составляющие двойной частоты $2\omega_b$. Но эта операция будет носить формальный характер и не потребует специальной обработки сигнала.

Применение заграждающего фильтра составляющей двойной частоты открывает новый класс фильтров ортосоставляющих с неполным (сокращенным) окном усреднения ($n < N$):

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}(k) \\ \tilde{s}(k) \end{bmatrix} = \frac{1}{2[1 - \cos(2\omega_0\nu T_s)]} \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{c}(k) \\ \hat{s}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{2\nu} \{ \hat{c}(k) \} \\ T_{2\nu} \{ \hat{s}(k) \} \end{bmatrix},$$

где

$$\hat{c}(k) = \frac{2}{n} \sum_{l=k-n+1}^k [x(l) - T_p \{x(l)\}] \cdot \cos(l\omega_0 T_s), \quad (35)$$

$$\hat{s}(k) = -\frac{2}{n} \sum_{l=k-n+1}^k [x(l) - T_p \{x(l)\}] \cdot \sin(l\omega_0 T_s) - \quad (36)$$

промежуточные оценки ортосоставляющих, полученные после формального удаления составляющих суммарной

частоты из левой части системы (21), и

$$T_{2\nu} \{w(k)\} = 2\cos(2\omega_0\nu T_s)w(k-\nu) - w(k-2\nu) - \quad (37)$$

оператор заграждения составляющей двойной частоты $2\omega_0\nu$ – коэффициент внутримодельной децимации отсчетов входного сигнала оператора $T_{2\nu} \{w(k)\}$ [19]. Уравнения (34) нормированы с учетом ослабления оператором (37) постоянной составляющей. Коэффициент децимации ν выбирается таким образом, чтобы фильтр заграждения составляющей двойной частоты $2\omega_0$

$$e(k) = w(k) - T_{2\nu} \{w(k)\} \quad (38)$$

имел равномерную АЧХ, симметричную относительно частоты заграждения. Тем самым достигается равномерное влияние заграждающего фильтра как на низкочастотную, так и высокочастотную часть спектра составляющих в правой части системы (34).

Как и прежде, оператор $T_p \{x(l)\}$ предназначен для избирательного удаления гармоник и аperiodической слагаемой сигнала.

Рассмотрим характеристики точ-



ности и быстродействия фильтров ортосоставляющих основной гармоники (34) при несинхронной дискретизации и без оператора $T_p \{x(k)\}$. Все иллюстрации будут представлены для частоты дискретизации 1200 Гц (число отсчетов на периоде основной гармоники $N = 24$).

Амплитудно-частотные характеристики. При отсутствии оператора заграждения составляющих суммарной частоты (37) уменьшение окна обработки ухудшает АЧХ фильтров ортосоставляющих (рис. 4) – уже при ширине окна в четверть периода основной гармоники ($n = N / 4 = 6$) фильтр практически теряет избирательные свойства, подавляя лишь 5-ю и 9-ю гармоники.

Использование фильтра заграждения (38) суммарной частоты 100 Гц положительно сказывается на характеристиках всех модификаций фильтра (34), повышая их избирательность. Наибольшая эффективность выравнивания АЧХ фильтра (38) при принятой частоте дискретизации достигается при шаге внутримодельной децимации $v = 3$ (рис. 6). Из-за эффекта отражения частот фильтр заграждения вносит дополнительное подавление на 3, 7 и 11 гармониках. Поэтому АЧХ некоторых фильтров ортосоставляющих (рис. 7) на частотах указанных гармоник приобретает седловидный характер, значительно усиливая подавление этих гармоник и при уходе частоты сети от номинального значения.

Точность оценки комплексной амплитуды (фазора). Комплексная амплитуда определяется по формулам (7) и (8).

Величину методической погрешности в оценке комплексной амплитуды (7), возникающей при отклонении частоты от номинального значения (50 Гц), можно определить непосредственно по АЧХ (рис. 7) фильтра (34), если сигнал не содержит высших гармоник. Однако на точность оценок ортосоставляющих (34) в этом случае влияет еще и слагаемая суммарной частоты в промежуточных оценках (35) и (36). Положение окна данных на кривой

будет зависеть от начальной фазы гармоники, и поэтому оценка комплексной амплитуды будет колебаться в некотором диапазоне. Геометрическая интерпретация механизма появления этих колебаний дана в работах [15, 5].

В релейной защите и автоматике традиционно регламентируется максимальная погрешность алгоритма. В связи с этим на рис. 8 и 9 оценки погрешностей различных модификаций фильтров соответствуют их максимальным значениям. При определении параметров основной гармоники принято, что частота опорных сигналов равна номинальной частоте.

Выводы

1. Любая гармоника может быть представлена в базисе ортогональных синусоидальных слагаемых некоторой опорной частоты. Удобно принимать за опорную частоту номинальную частоту оцениваемой гармоники.
2. Независимо от принципов построения, общим свойством фильтров ортосоставляющих является наличие в них операций преобразования частоты и выделения низкочастотной составляющей на фоне высокочастотных составляющих боковых частот.
3. Оценка ортогональных составляющих основной гармоники возможна за время меньше полупериода при использовании фильтров с неполным окном. Принципиальная возможность сокращения окна данных в фильтрах ортосоставляющих достигается благодаря синхронной дискретизации или за счет подавления составляющих боковых частот оператором заграждения.
4. Преимущества синхронной дискретизации с точки зрения быстродействия в полной мере будут реализованы только фильтрами, оптимальными по критерию наименьших квадратов на сокращенном окне данных. Для классического фильтра Фурье с полным окном синхронная дискретизация является лишь необходимым условием для исключения методической погрешности.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Реализация фильтра ортосоставляющих по методу наложения моделей. Она представляет собой альтернативную реализацию решения системы нормальных уравнений (18) путем последовательного наложения промежуточных моделей вида (17). Используется метод, предложенный в работе [13] и получивший дальнейшее развитие в [14].

Вначале (нулевой этап наложения) произвольным образом инициализируются 3 начальные модели на основе определений (15) и (17):

$$e_{0i}(k) = a_{0i}x(k) - T_p \{x(k)\} - \hat{c}_{0i} \cos(\omega_b k T_s) + \hat{s}_{0i} \sin(\omega_b k T_s),$$

$$i = \overline{1, 3},$$

где \hat{c}_{0i} и \hat{s}_{0i} – оценки ортосоставляющих промежуточных моделей; здесь первый индекс переменных обозначает номер этапа наложения. Минимальное требование, предъявляемое к выбору начальных значений оценок \hat{c}_{0i} и \hat{s}_{0i} и коэффициентов a_{0i} , заключается в исключении линейной зависимости моделей. Наилучше просто и удобно это достигается при $a_{01} = \hat{c}_{02} = \hat{s}_{03} = 1$ и нулевых значениях остальных переменных.

Первый этап наложения решает одно из уравнений системы (18). Примем, что им будет первое уравнение. Тогда, в результате наложения, например, 1-го и 2-го, 2-го и 3-ей моделей получим новые две модели:

$$e_{11}(k) = e_{01}(k) + \gamma_{11}e_{02}(k), \quad (39)$$

$$e_{12}(k) = e_{02}(k) + \gamma_{12}e_{03}(k). \quad (40)$$

Коэффициенты наложения γ_{11} и γ_{12} определяются из условия ортогональности невязок новых моделей с последовательностью отсчетов опорного сигнала $\cos(\omega_b T_s)$. Подставляя (32) и (33)



в первое из уравнений (18), получим необходимые уравнения для определения коэффициентов наложения:

$$\sum_{l=k-n+1}^k e_{01}(l) \cos(l\omega_b T_s) + \gamma_{11} \sum_{l=k-n+1}^k e_{02}(l) \cos(l\omega_b T_s) = 0, \quad (41)$$

$$\sum_{l=k-n+1}^k e_{02}(l) \cos(l\omega_b T_s) + \gamma_{12} \sum_{l=k-n+1}^k e_{03}(l) \cos(l\omega_b T_s) = 0. \quad (42)$$

Окончательная модель, удовлетворяющая обоим уравнениям системы (18), получается в результате наложения новых моделей. Согласно второму уравнению (18), нужно установить ортогональность получаемой модели

$$e_{21}(k) = e_{11}(k) + \gamma_{21} e_{12}(k) \quad (43)$$

с последовательностью отсчетов $\sin(k\omega_b T_s)$. Искомый коэффициент наложения γ_{21} определяется так же, как и раньше, путем подстановки (43) во второе уравнение системы (18):

$$\sum_{l=k-n+1}^k e_{11}(l) \sin(l\omega_b T_s) + \gamma_{21} \sum_{l=k-n+1}^k e_{12}(l) \sin(l\omega_b T_s) = 0. \quad (44)$$

Успешность этапов наложения моделей объясняется свойством каждого этапа наложения моделей сохранять достигнутые на предыдущих этапах ортогональности невязок с выбранными последовательностями. Поэтому наложение (43) на втором этапе, исполняющее условие ортогональности (44) невязки $e_{21}(k)$ с последовательностью отсчетов $\sin(k\omega_b T_s)$, должно сохранить исполненные на предыдущих этапах условия ортогональности (41) и (42) с последовательностью отсчетов

$\cos(l\omega_b T_s)$. Действительно, подстановка финальной модели (43) в первое из уравнений системы (18) подтверждает, что однажды удовлетворенное условие ортогональности продолжает действовать и на последующих этапах наложения моделей.

Правила определения коэффициентов моделей ассоциированы с правилами наложения соответствующих моделей. Согласно (39), (40) и (43) они будут следующими:

$$\begin{bmatrix} c_{11}(k) \\ s_{11}(k) \\ a_{11}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01}(k) \\ s_{01}(k) \\ a_{01}(k) \end{bmatrix} + \gamma_{11} \begin{bmatrix} c_{02}(k) \\ s_{02}(k) \\ a_{02}(k) \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} c_{12}(k) \\ s_{12}(k) \\ a_{12}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{02}(k) \\ s_{02}(k) \\ a_{02}(k) \end{bmatrix} + \gamma_{12} \begin{bmatrix} c_{03}(k) \\ s_{03}(k) \\ a_{03}(k) \end{bmatrix},$$

и

$$\begin{bmatrix} c_{21}(k) \\ s_{21}(k) \\ a_{21}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}(k) \\ s_{11}(k) \\ a_{11}(k) \end{bmatrix} + \gamma_{21} \begin{bmatrix} c_{12}(k) \\ s_{12}(k) \\ a_{12}(k) \end{bmatrix}.$$

Оценки ортосоставляющих будут полностью согласованы с постановкой задачи в рамках определений (15) – (17).

Рассмотренный в этом разделе метод настройки моделей упрощает реализацию в терминалах релейной защиты решения системы нормальных уравнений (18) в темпе развития процесса в электрической сети. Все оценки ортосоставляющих будут равны решению системы (21).

Литература:

1. Шнейерсон Э.М. Цифровая релейная защита. – М.: Энергоатомиздат, 2007. – 549 с.
2. Phadke A.G., Thorp J.S. Computer Relaying for Power Systems. 2nd Edition. – John Wiley & Sons, Ltd., 2009 – 326 p.
3. IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems, March 22, 2006. IEEE Std C37.118-2005.
4. Phadke A.G., Thorp J.S. Synchronized Phasor Measurements and Their Applications. – Springer Science+Business Media, LLC, 2008. – 247 p.
5. Warichet J., Sezi T., Maun J.C. A Synchrophasor

Measurement Algorithm Suitable for Dynamic Applications // Proc. of 16th Power Systems Computation Conference, Glasgow, Scotland, July 14-18, 2008.

6. Антонов В.И., Наумов В.А., Солдатов А.В., Фомин А.И. Алгоритмы Фурье для быстродействующих цифровых защит. Сб. тез. и докл. Междунар. научно-практ. конф. и выставки РЕЛАВЭКСПО-2012: Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем России. Чебоксары. 17-20 апр. 2012 г. – С. 75-76.
7. Вакман Д.Е., Вайнштейн Л.А. Амплитуда, фаза, частота – основные понятия теории колебаний. Успехи физических наук, т. 123, вып. 4. – 1977. – С. 657-682.
8. Лямец Ю.Я., Подшивалин Н.В. Разложение входных величин релейной защиты на ортогональные составляющие // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1986, №3. – С. 62-70.

9. Возенкрафт Дж., Джекобс И. Теоретические основы техники связи. М.: Мир. 1969. – 640 с.
10. Антонов В.И., Лазарева Н.М., Пуляев В.И. Методы обработки цифровых сигналов энергосистем. М.: НТФ «Энергопрогресс», «Энергетик». – 2000. – 83 с.
11. Антонов В.И., Ильин А.А., Лазарева Н.М. Адаптивные алгоритмы оценки частоты сети для цифровых систем релейной защиты и автоматики // Электротехника. – 1995. – №8. – С. 29-31.
12. Лямец Ю.Я., Ильин В.А. Фильтры информационных составляющих тока и напряжения электрической сети // Изв. РАН. Энергетика. – 1995. – №3. – С. 174-189.
13. Лямец Ю.Я., Антонов В.И., Арсентьев А.П. Адаптивная цифровая обработка входных величин релейной защиты // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1988. – №6. – С. 51-59.

14. Антонов В.И., Лазарева Н.М. Решетчатый адаптивный фильтр с контролем достоверности результата для распознавания сигналов электрических систем // Изв. РАН. Энергетика. – 1997. – №6. – С. 63-69.
15. Koullischer M., Maun J.-C. Consideration about the use of the Discrete Fourier Transform in digital protection relays submitted to large frequency deviations // Proc. of the International Conference on Power System Protection, pp. 19-42, Singapore. – 1989.
16. Антонов В.И., Наумов В.А., Шевцов В.М. Оценка частоты электрической сети: теоретические основы и практические алгоритмы. Сб. науч. стат. ООО НПП «ЭКРА». Цифровая электротехника: проблемы и достижения. Выпуск 1. – Чебоксары: РИЦ «СРЗАУ». – 2012. – С. 20-38.
17. Антонов В.И., Лазарева Н.М., Шевцов В.М. Неадаптивные алгоритмы оперативной обработки сигналов релейной защиты и автоматики // Вестник Чувашского университета. – 1995. – №2. – С. 87-92.
18. Лямец Ю.Я., Николаев И.Н. Бреслеровская структура цифровой обработки сигналов релейной защиты // Труды АЭН Чувашской Республики. – №1. – 2005. – С. 41-58.
19. Антонов В.И., Наумов В.А., Фомин А.И., Солдатов А.В. Обработка сигнала с высокой частотой дискретизации в цифровой релейной защите и автоматике // Цифровая электротехника: проблемы и достижения: Сб. науч. трудов НПП «ЭКРА». Выпуск II. – Чебоксары: РИЦ «СРЗАУ». – 2013. – С. 12-21.