

УДК 621.311.1.019

Антонов В.И., Наумов В.А., Солдатов А.В., Иванов Н.Г.

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ЭФФЕКТИВНЫХ СТРУКТУРНЫХ МОДЕЛЕЙ ТОКА КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

Аннотация: несмотря на строгую обусловленность тока короткого замыкания, задача распознавания его структуры (структурный анализ) имеет многозначное решение. В значительной мере это вызвано наличием шума и структурной неопределенностью сигнала при его обработке. Для распознавания таких сигналов используются структурные модели, формирующие в своем характеристическом полиноме эффективное ядро, слагаемые которого и дают оценку структуры распознаваемого сигнала. Такие модели получили название эффективных структурных моделей. В работе исследуются их фундаментальные свойства. Вводится в рассмотрение фильтр шума, вычлняемый из эффективной структурной модели путем формирования его по физически нереализуемым корням характеристического уравнения модели. Использование понятия фильтра шума позволяет исследовать механизм влияния порядка модели, избыточности используемых отсчетов и частоты дискретизации на результативность структурного анализа. Положения статьи иллюстрируются характеристиками эффективных фильтров, полученных при структурном анализе реального тока короткого замыкания в электрической сети.

Ключевые слова: структурный анализ, эффективные структурные модели, эффективное ядро, фильтр шума, электроэнергетическая система, цифровая обработка сигналов.

Antonov V.I., Naumov V.A., Soldatov A.V., Ivanov N.G.

FUNDAMENTAL PROPERTIES OF THE EFFECTIVE STRUCTURAL MODELS OF FAULT CURRENT IN ELECTRIC NETWORK

Abstract: In spite of the strict conditionality of fault current, the problem of recognition of its structure (structural analysis) has a multi-valued solution. Largely this is due to presence of noise and ambiguity of signal structure during its processing. To recognize these signals structural models are used. This structural models form efficient core in its characteristic polynomial which components estimate structure of signal. Such models are called effective models. In this paper we study fundamental properties of these effective structural models. The concept of noise filter, obtained from not causal roots of characteristic equation of the structural model, is introduced. This concept allows to study the mechanism of influence of model order, redundancy of samples and sampling rate on the effectiveness of structural analysis. The paper illustrated by characteristics of effective filters derived during structural analysis of fault current signal.

Keywords: structural analysis of signal, effective structural model, effective core of signal model, noise filter, power system, digital signal processing.

Переходный процесс в электрической сети, вызванный коротким замыканием, детерминирован и строго согласован с корнями характеристического уравнения схемы сети. Поэтому можно было бы ожидать, что задача распознавания структуры сигнала (структурный анализ [1]) имеет однозначное решение. Однако такие ожидания неоправданно оптимистичны, поскольку измерительные цепи и тракт АЦП цифровых систем релейной защиты и автоматики вносят во входные сигналы шум, ухудшая условия настройки структурных моделей [2]. Кроме того, при обработке сигнала возникает структурная неопределенность, связанная с неизвестностью размерности задачи (порядка сигнала) и вида слагаемых процесса. В связи с этим структурный анализ приобретает многозначность, представляя результаты анализа в некоторой области в пространстве оценок параметров модели, охватывающей область истинных параметров сигнала.

В свойстве многозначности структурного анализа нет ничего необычного, ибо это свойство присуще всем обратным задачам – задачам построения модели процесса по наблюдениям за объектом [3]. Главное, чтобы область оценок не оказалась слишком широкой, сводя на нет практическую значимость полученных оценок. Поэтому для планирования качества структурного анализа важно знать основные закономерности, проявляющиеся при настройке структурных моделей сигнала с шумом в условиях априорной структурной неопределенности.

Именно рассмотрению основных свойств эффективных структурных моделей, используемых при обработке сигналов переходного процесса электрической сети, и посвящена настоящая статья.

Постановка задачи. Во множестве практических приложений релейной защиты и автоматики входной сигнал можно рассматривать как реакцию линейной инвариантной во времени электрической системы на некоторое возмущение [4]. Этот постулат важен по той причине, что позволяет представлять электрические величины как совокупность слагаемых базиса собственных сигналов линейной системы [5]. Очевидно, что входной сигнал вбирает в себя все особенности режима электрической системы. Поэтому высшие гармоники во входном сигнале, вызванные нелинейностью, так или иначе присутствующей в реальной электрической системе, могут быть учтены тоже как часть реакции системы. Все, что не может быть воспринято как реакция линейной системы, будет отнесено к шуму в сигнале.

Как известно, слагаемые свободного процесса определяют базис собственных сигналов (мод) электрической сети [5]. Учитывая, что синусоидальные слагаемые принужденного режима могут рассматриваться как частный случай

собственных мод системы, задачу структурного анализа сигнала аварийного процесса $x(t)$ можно сформулировать как задачу декомпозиции сигнала по собственным модам $x_i(t)$:

$$x(t) = \sum_{l=1}^{M_s} x_l(t) + n(t),$$

где M_s – число компонентов (мод), $n(t)$ – шум, t – непрерывное время.

Преобразование непрерывного сигнала $x(t)$ в цифровой сигнал $x(k)$ не изменяет исходных положений задачи структурного анализа сигнала. Как и в случае непрерывного сигнала, остаются неизвестными число компонентов M_s и параметры самих слагаемых $x_i(k)$ цифрового сигнала

$$x(k) = \sum_{l=1}^{M_s} x_l(k) + n(k), \quad (1)$$

где k – дискретное время (номер отсчета). При этом связь между корнями изображений непрерывного сигнала $x(t)$ и его цифрового образа $x(k)$ будет следующей:

$$p_i T_s = \ln z_i, \quad (2)$$

где T_s – интервал дискретизации сигнала, i – номер корня.

Задача структурного анализа будет заключаться в определении компонентов сигнала (1). Естественно, из-за шума $n(k)$ составляющие $x_i(k)$ будут определены с некоторой погрешностью. Поэтому было бы правильно говорить, что в результате структурного анализа сигнала (1) будут получены оценки $\hat{x}_i(k)$, находящиеся в некоторой области, охватывающей окрестности составляющих $x_i(k)$. Целью нашей работы будет исследование свойств структурных моделей, обеспечивающих эффективное уменьшение этой области многозначности оценок.

В качестве инструмента при декомпозиции сигнала на составляющие используется цифровая структурная модель [2]

$$a_0 \hat{x}(k) = - \sum_{m=1}^M a_m x(k - mv), \quad k \geq Mv. \quad (3)$$

Здесь $a_0 \hat{x}(k)$ – взвешенная с коэффициентом a_0 оценка текущего отсчета сигнала $x(k)$, a_m – искомые коэффициенты модели, v – коэффициент децимации (разрежения) отсчетов; $v = 1$, если нет децимации. Коэффициент a_0 может быть произвольным, обычно $a_0 = 1$. Порядок модели M должен быть, по крайней мере, не меньше порядка сигнала $x(k)$ (числа корней в лапласовом изображении сигнала). Коэффициенты модели a_m будут определены в результате решения задачи метода наименьших квадратов, формулируемой как задача минимизации критерия МНК

$$\min_{a_m} \sum_{i=k-M-R}^k e^2(i) \quad (4)$$

на заданном отрезке сигнала размером $M\nu+R+I$, где R – избыточность уравнений (отсчетов) для определения коэффициентов модели. Невязку

$$e(k) = a_0 x(k) - a_0 \hat{x}(k) = \sum_{m=0}^M a_m x(k - m\nu), \quad (5)$$

вычисленную с учетом (3), удобно рассматривать как выходной сигнал нерекурсивного фильтра. Это позволяет использовать для анализа свойств моделей математический аппарат системных функций линейных систем [6].

Как видно из (5), один и тот же сигнал может иметь множество моделей, отличающихся порядком M и, соответственно, коэффициентами a_m . Можно ожидать, что при отсутствии шума они будут давать одну и ту же оценку структуры сигнала. Но при обработке сигнала реального процесса шум в сигнале неизбежен, в связи с чем оценки моделей будут расположены в некоторой области, окаймляющей истинные параметры сигнала. Нас интересует величина этой области многозначности и способы ее уменьшения.

Передаточная функция фильтра (5)

$$H(z) = \sum_{m=0}^M a_m z^{-\nu m} \quad (6)$$

не имеет полюсов. Поэтому фильтр (5) является заграждающим оператором и подавляет в сигнале $x(k)$ все компоненты, согласованные с нулями передаточной функции $H(z)$.

Внутримодельная децимация меняет масштаб дискретного времени и трансформирует зависимость (2) между корнями изображений непрерывного сигнала $x(t)$ и цифрового сигнала с децимированными отсчетами $x(k\nu)$:

$$\nu p_i T_s = \ln z_i^\nu.$$

Поэтому удобно рассматривать передаточную функцию (6) с учетом нового масштаба времени, введя новую комплексную переменную $\underline{\zeta} = z^\nu$:

$$H(\underline{\zeta}) = \sum_{m=0}^M a_m \underline{\zeta}^{-m}. \quad (7)$$

Тогда нули фильтра (7) определяются как корни характеристического уравнения

$$P_M(\underline{\zeta}) = \sum_{m=0}^M a_m \underline{\zeta}^{-m} = a_0 (\underline{\zeta} - \underline{\zeta}_1) \dots (\underline{\zeta} - \underline{\zeta}_M) = 0.$$

Основное достоинство структурных моделей заключается в их способности распознать структуру сигнала линейной системы любой сложности на основе формирования в своем характеристическом полиноме $P_M(\underline{\zeta})$ эффективного ядра $P_{M_c}(\underline{\zeta})$, включающего в себя корни, ассоциированные только с компонентами сигнала [7].

Действительно, если нули упорядочить так, чтобы их номера от 1 до M_c соответствовали компонентам сигнала $x(k)$, а от $M_c + 1$ до M – составляющим, отсутствующим в $x(k)$, то характеристический полином $P_M(\underline{\zeta})$ фильтра можно разделить на два полинома:

$$P_M(\underline{\zeta}) = P_{M_c}(\underline{\zeta})P_{M-M_c}(\underline{\zeta}). \quad (8)$$

Первый из них

$$P_{M_c}(\underline{\zeta}) = (\underline{\zeta} - \underline{\zeta}_1) \dots (\underline{\zeta} - \underline{\zeta}_{M_c})$$

получил название полинома эффективного ядра сигнала [7]. Второй полином

$$P_{M-M_c}(\underline{\zeta}) = a_0 (\underline{\zeta} - \underline{\zeta}_{M_c+1}) \dots (\underline{\zeta} - \underline{\zeta}_M)$$

не связан с компонентами сигнала; все его ресурсы направлены на преодоление шума в сигнале. Поэтому назовем его *полиномом шума*.

Следуя (8), первоначальный фильтр (7) можно представить состоящим из каскадного соединения двух фильтров (рис. 1): *фильтра* заграждения компонентов *эффективного ядра* с передаточной функцией $H_c(\underline{\zeta}) = P_{M_c}(\underline{\zeta})$ и *фильтра шума* с передаточной функцией $H_n(\underline{\zeta}) = P_{M-M_c}(\underline{\zeta})$.

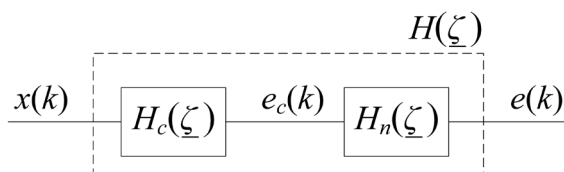


Рис. 1. Декомпозиция фильтра (7) на фильтр эффективного ядра $H_c(\underline{\zeta})$ и фильтр шума $H_n(\underline{\zeta})$

Поскольку операция умножения в (8) коммутативна, то порядок следования фильтров в каскаде произволен. Однако важно иметь в виду, что свойство коммутативности умножения приводит к взаимной зависимости фильтров при решении задачи (4).

Одна из задач наших исследований будет заключаться именно в рассмотрении влияния упомянутых фильтров друг на друга в ходе структурного анализа.

Свойства фильтров будем иллюстрировать на примере структурного анализа сигнала реального процесса, заимствованного из [7]. Оттуда же взяты компонентная модель процесса

$$x(k) = 2,72 \cos\left(\frac{k\pi 50,18}{600} + 2,77\right) + 2,27(0,9418)^k + n(k) \quad (9)$$

и полином эффективного ядра (при $\nu = 1$)

$$P_{M_c}(\underline{z}) = (\underline{z} - 0,9657 + j0,2597)(\underline{z} - 0,9657 - j0,2597)(\underline{z} - 0,9418). \quad (10)$$

При иллюстрации полученных в работе положений будем использовать характеристики эффективных фильтров из цитируемой статьи.

Свойства фильтра эффективного ядра. Теоретически полином эффективного ядра $P_{M_c}(\underline{z})$ сигнала инвариантен относительно порядка M первоначального фильтра (7). Поэтому, следуя [7], можно сказать, что все эффективные фильтры сигнала (фильтры, в ходе настройки которых в их характеристических полиномах формируется эффективное ядро) отличаются друг от друга лишь фильтрами шума.

Конечно, наличие шума в сигнале приводит, как уже отмечалось выше, к многозначности эффективного ядра фильтров (7). Однако по мере обретения первоначальными фильтрами свойств эффективных фильтров все фильтры эффективного ядра будут стремиться к теоретическому, в связи с чем область многозначности коэффициентов фильтра эффективного ядра будет достаточно компактна и удовлетворительна для практических приложений. Поэтому далее принимается, что фильтры эффективного ядра влияют на работу фильтров шума всех первоначальных фильтров одинаково.

Передаточная функция фильтра эффективного ядра обрабатываемого сигнала (при $\nu = 1$)

$$H_c(\underline{z}) = 1 - 2,8732\underline{z}^{-1} + 2,8190\underline{z}^{-2} - 0,9418\underline{z}^{-3} \quad (11)$$

следует непосредственно из полинома (10). Анализ его амплитудно-частотной характеристики (рис. 2) показывает, что фильтр подчеркивает составляющие в высокочастотной части спектра сигнала, усиливая шум. Это ухудшает условия настройки первоначального фильтра. Как будет показано далее, такое

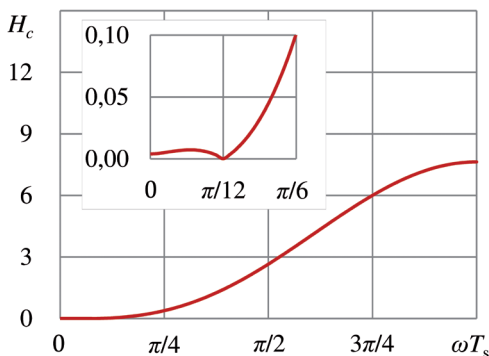


Рис. 2. АЧХ фильтра эффективного ядра

поведение фильтра эффективного ядра потребует повышения ресурсов фильтра шума, вызывая, в конечном счете, рост порядка M первоначального фильтра.

В то же время фильтр эффективного ядра (11) испытывает на себе результат взаимного влияния его составных частей: фильтра гармоники

$$H_h(\underline{z}) = 1 - 1,9314\underline{z}^{-1} + \underline{z}^{-2}$$

и фильтра аperiodической составляющей

$$H_e(z) = 1 - 0,9418 z^{-1}.$$

И, как видно из характеристик фильтров (рис. 3), при принятой частоте дискретизации их влияние друг на друга не способствует улучшению распознаваемости структуры сигнала. Действительно, фильтр аperiodической составляющей проявляет себя как фильтр верхних частот (рис. 3, а), усиливая шум сигнала и уменьшая

основную гармонику. Поскольку значение абсциссы $\omega T_s = \frac{\pi 50,18}{600} \approx \frac{\pi}{12} c^{-1}$

на АЧХ фильтра аperiodической составляющей, соответствующее частоте основной гармоники сигнала (9), сильно смещено к началу координат, то основная гармоника будет ослаблена фильтром аperiodической составляющей почти в 4 раза

(коэффициент передачи АЧХ при частоте $\omega T_s = \frac{\pi}{12} c^{-1}$ равен 0,262). По той же

причине фильтр гармоники (рис. 3, б) так же ослабляет аperiodическую составляющую почти в 13 раз (коэффициент передачи экспоненциальной характеристики [8] при $\alpha T_s = |\ln(0,9418)| = 0,06$ равен 0,077).

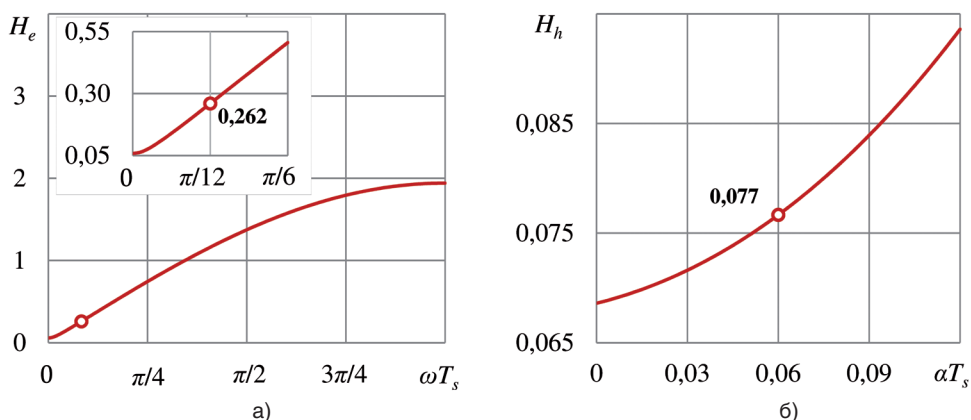


Рис. 3. Характеристики фильтров эффективного ядра: а) АЧХ фильтра аperiodической составляющей; б) экспоненциальная характеристика фильтра основной гармоники

Отсюда следует, что принятая в [7] частота дискретизации неоптимальна для структурного анализа сигнала и, согласно выводам работы [8], должна быть уменьшена.

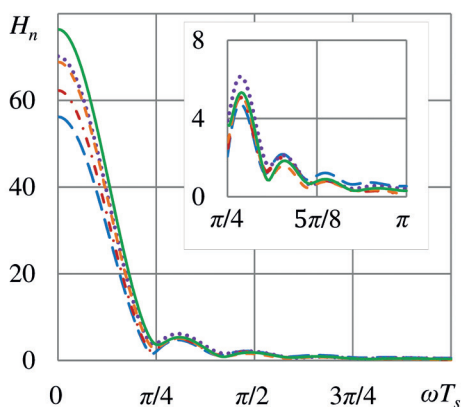
Поскольку фильтр эффективного ядра полностью согласован с компонентами сигнала, то его характеристики невозможно улучшить за счет повы-

шения порядка первоначального фильтра. Ясно, что эффективность структурного анализа обеспечивается фильтром шума.

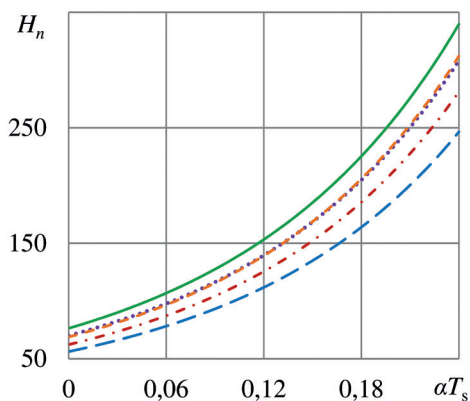
Свойства фильтра шума. На первый взгляд, фильтр шума должен лишь ослабить шум в сигнале и улучшить, тем самым, настройку первоначального фильтра. Но вычислительный эксперимент показывает, что существует более результативный путь, заключающийся не столько в ослаблении шума, а сколько в значительном усилении составляющих эффективного ядра. Это положение хорошо иллюстрируется характеристиками (рис. 4) эффективных первоначальных фильтров из [7], полученных при обработке сигнала (9). Как видно из рис. 4, а и 4, б, фильтрам шума удается усилить как

основную гармонику (коэффициенты усиления при частоте $\omega T_s = \frac{\pi}{12} c^{-1}$ от 43

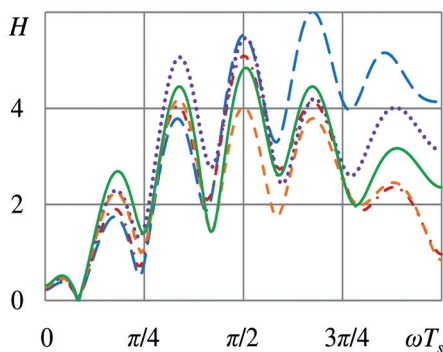
до 60), так и аperiodическую составляющую (коэффициенты передачи амплитуды при $\alpha T_s = 0,06$ от 78 до 107). Заметно, что фильтр шума оказывает не столь сильное, как ожидалось, влияние на высокочастотную часть АЧХ



а)



б)



в)

Рис. 4. Характеристики эффективных фильтров сигнала (9): а) АЧХ фильтров шума; б) экспоненциальные характеристики фильтров шума; в) АЧХ эффективных первоначальных фильтров сигнала. АЧХ всех пяти фильтров эффективного ядра при принятом масштабе совпали с АЧХ теоретического фильтра (рис. 2)

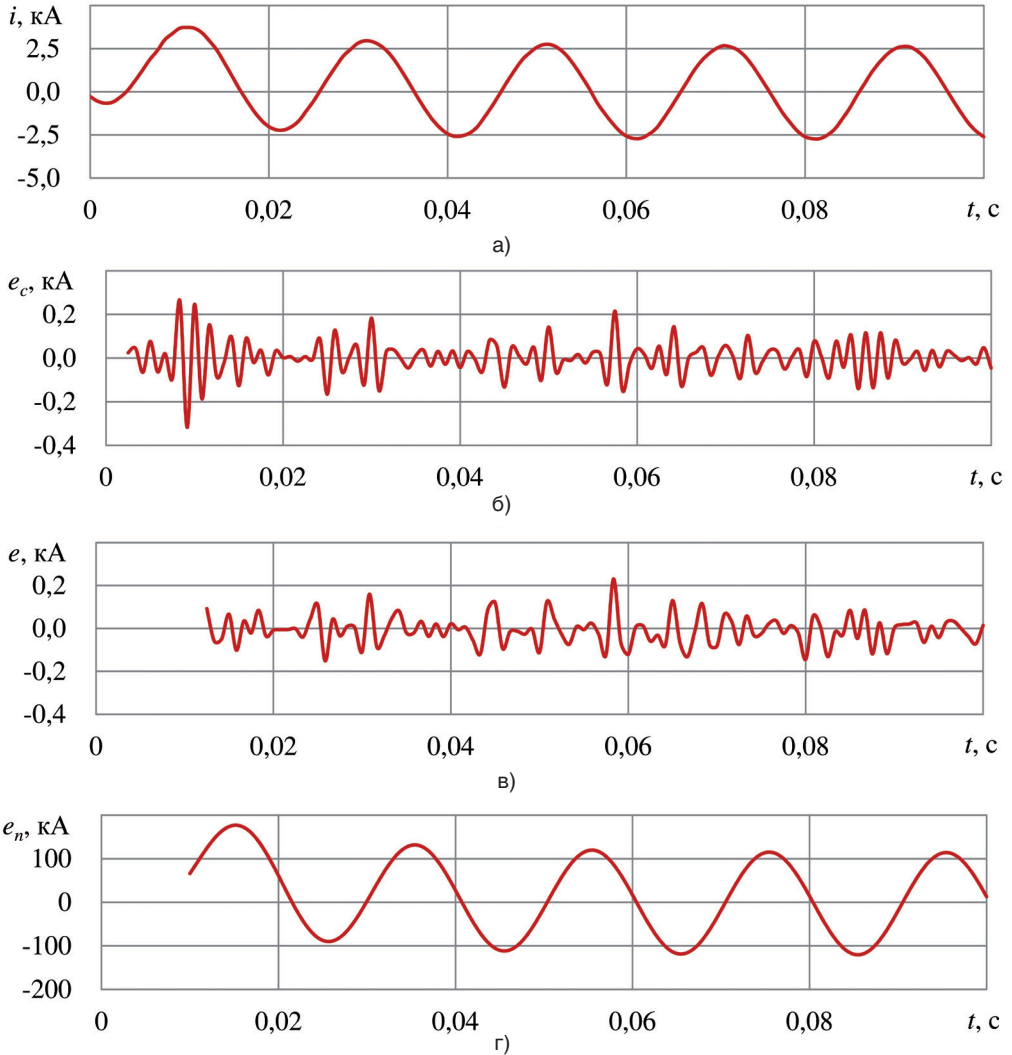


Рис. 5. Распознаваемый сигнал (ток короткого замыкания i): а) и сигналы на выходах фильтров: б) невязка e_c фильтра эффективного ядра при преобразовании тока i ; в) невязка e при обработке невязки e_c фильтра эффективного ядра фильтром шума (выходной сигнал эффективного фильтра); г) выходной сигнал e_n фильтра шума при обработке тока i

первоначальных фильтров (рис. 4, в). Неожиданно и то, что фильтр шума практически не ослабляет невязку (шум) $e_c(k)$ фильтра эффективного ядра (рис. 5, в) и главным образом восполняет потерю в уровне составляющих эффективного ядра, возникшую из-за неоптимальной частоты дискретизации сигнала. Причем фильтру шума удается учесть то обстоятельство, что фильтр эффективного ядра вносит в подавление аperiodической состав-

ляющей большую лепту, чем в ослабление гармоник: как видно, усиление апериодической составляющей более чем в 1,5 раза превышает усиление гармоник.

Стремление фильтра шума повысить отношение сигнал/шум за счет существенного усиления составляющих эффективного ядра при незначительном ослаблении шума приводит к тому, что избыточность отсчетов R не оказывает заметного влияния на характеристики фильтра.

Обсуждение результатов и выводы. Очевидно, что для повышения эффективности структурного анализа в первую очередь нужно обеспечить оптимальные условия настройки фильтра эффективного ядра. Причем должен быть предпринят целый комплекс технических мер, включающий в себя правильный выбор частоты дискретизации, порядка M первоначального фильтра и избыточности R . Все эти меры так или иначе влияют на длину отрезка сигнала, а значит, и на быстродействие приложений, использующих результаты структурного анализа. Поэтому они должны быть предприняты в оптимальном сочетании с учетом их влияния на быстродействие.

Как следует из рис. 2 и 3, частота дискретизации должна выбираться с тем расчетом, чтобы предполагаемый спектр гармонических составляющих сигнала располагался ближе к середине полосы частот от 0 до частоты Найквиста ω_N (в относительных частотах от 0 до $\omega_N T_s = \pi$), что позволит улучшить частотные и экспоненциальные характеристики фильтра эффективного ядра. Это можно сделать путем внутримодельной децимации, наращивая коэффициент децимации ν в (5). Улучшение характеристик фильтра эффективного ядра неминуемо приведет к уменьшению порядка фильтра шума.

Увеличение порядка первоначального фильтра повышает разрешающую способность структурного анализа, поскольку содействует усилению фильтром шума составляющих эффективного ядра в сигнале (рис. 5, г). При этом фильтр шума практически не действует на шум (рис. 5, в).

Не совсем очевидно влияние избыточности отсчетов на порядок первоначального фильтра. Характеристики фильтра шума не обнаруживают сколь-нибудь ощутимого влияния на них избыточности. Но избыточность оказывает благотворное влияние на условия настройки эффективного ядра за счет повышения длины отрезка сигнала. Поэтому необходимое качество распознавания структуры сигнала может быть достигнуто при меньшем уровне отношения сигнал/шум, а значит, и меньшем порядке фильтра шума. Поэтому избыточность отсчетов позволяет косвенно уменьшить порядок первоначального фильтра.

Знание фундаментальных свойств эффективных структурных моделей позволяет обоснованно выбирать исходные положения структурного анализа – общий порядок модели, оптимальную частоту дискретизации (коэффициент децимации) и избыточность. Это позволяет уменьшить окно настройки модели и улучшить точность оценки структуры сигнала. В итоге повышается чувствительность и быстродействие алгоритмов цифровой релейной защиты, применяющей методы структурного анализа.

Литература

1. Антонов В.И. Структурный анализ входных сигналов цифровых систем релейной защиты и противоаварийной автоматики // Электротехника. – 1995. – № 6. – С. 56-61.
2. Антонов В.И., Ильин А.А., Лазарева Н.М. Адаптивные структурные модели входных сигналов релейной защиты и автоматики // Электротехника. – 2012. – №1. – С. 52-55.
3. Терещихин В.Ю. Введение в статистическую теорию обратных задач. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 376 с.
4. Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы: В 2-х ч. Ч.1: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 336 с.
5. Антонов В.И., Наумов В.А., Фомин А.И., Солдатов А.В. Адаптивный структурный анализ входных сигналов цифровой релейной защиты и автоматики // Электротехника. 2014 (принята к печати).
6. Антонов В.И., Лазарева Н.М. Математические методы теории электрических систем: учеб. пособие / Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2011. – 148 с.
7. Антонов В.И., Наумов В.А., Фомин А.И. Эффективные структурные модели входных сигналов цифровой релейной защиты и автоматики // Электричество. – 2012. – №11. – С. 2-8.
8. Антонов В.И., Наумов В.А., Фомин А.И., Солдатов А.В. Обработка сигнала с высокой частотой дискретизации в цифровой релейной защите и автоматике // Цифровая электротехника: проблемы и достижения: Сб. научных трудов НПП «ЭКРА». Выпуск II. – Чебоксары: РИЦ «СРЗАУ». – 2013. – С. 12-21.

Сведения об авторах



Антонов Владислав Иванович

Окончил в 1978 году факультет электрификации и автоматизации промышленности Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова. В 1985 году защитил в Ленинградском политехническом институте кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование новых принципов построения измерительных органов направленных защит линий электропередачи». Доцент кафедры теоретических основ электротехники и релейной защиты и автоматики Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова, главный специалист отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».



Наумов Владимир Александрович

Окончил в 2001 году электроэнергетический факультет Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова, по специальности «инженер», в 2002 году защитил магистерскую диссертацию. В 2005 году защитил во ВНИИЭ кандидатскую диссертацию «Анализ и совершенствование продольных дифференциальных защит генераторов и блоков генератор-трансформатор». Директор по развитию ООО НПП «ЭКРА».



Солдатов Александр Вячеславович

Окончил в 2006 году электроэнергетический факультет Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова, по специальности «инженер». Зав. сектором отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».



Иванов Николай Геннадьевич

Окончил кафедру ТОЭ и РЗА электроэнергетического факультета ЧГУ им. И.Н. Ульянова в 2013 году, получил степень магистра техники и технологии по направлению «Электроэнергетика и электротехника». Инженер 2 категории отдела РЗА станционного оборудования ООО НПП «ЭКРА».